



UNIVERSITATEA  
PEDAGOGICĂ DE STAT  
**ION CREANGĂ**  
DIN CHIȘINĂU

**Angela Globa**

**Ghid**

**de elaborare a suportului de curs digital**

Lucrarea a fost aprobată de Senatul Universității Pedagogice de Stat „Ion Creangă” din Chișinău

**Recenzenți:**

**Inga ȚÎȚCHIEV**, doctor, conferențiar universitar, directorul Institutului de Matematică și Informatică „Vladimir Andrunachievici”, Universitatea de Stat din Moldova

**Ala GASNAȘ**, doctor, conferențiar universitar, catedra Informatică și Tehnologii Informaționale, Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău

## CUPRINS

<b>INTRODUCERE.....</b>	<b>4</b>
<b>CADRU LEGISLATIV .....</b>	<b>9</b>
<b>DIGITALIZAREA PROCESULUI DIDACTIC .....</b>	<b>11</b>
<b>STRUCTURA ȘI ELEMENTELE CHEIE ALE UNUI CURS DIGITAL .....</b>	<b>14</b>
<b>CREAREA BĂNCII DE ITEMI.....</b>	<b>28</b>
<b>CONCLUZII .....</b>	<b>37</b>
<b>BIBLIOGRAFIE.....</b>	<b>38</b>
<b>ANEXĂ. MODEL DE CURS DIGITAL .....</b>	<b>40</b>

## INTRODUCERE

Principalele legi naționale, politici etc., inclusiv cele cu privire la educație, nu oferă definiții pentru termenii *Tehnologii Informaționale și Comunicaționale* (TIC) și *Tehnologii Informaționale și Comunicaționale în Educație* (TICE), însă acești termeni sunt pe larg utilizați în legislația Republicii Moldova luând la bază Glossary of Curriculum Terminology [1]. Doar Biroul Național de Statistică (BNS) al Republicii Moldova, care pune la dispoziția utilizatorilor informații statistice oficiale din țară, include câteva definiții referitor la TIC [2]: tehnologia informației, internet, computerele personale conectate la Internet; acces la Internet în bandă largă conexiune fixă; acces la Internet în bandă largă conexiune mobile; utilizatori acces la Internet; investiții, cheltuieli și consumuri pentru informatizare; comunicații electronice; utilizator; utilizatori telefonie mobilă etc.

Astfel, o definiție clară a *Tehnologiilor Informaționale și de Comunicație* ar fi: TIC reprezintă un ansamblu de instrumente și resurse tehnologice digitale utilizate pentru a comunica, crea, difuza, stoca și gestiona informația. Tehnologiile sunt bazate pe calculatoare, echipamente periferice digitale, transmiterea datelor pe bandă largă, Internet.

Au fost și sunt multe discuții referitor la *Noile Tehnologii Informaționale* (NTI). Care sunt aceste noi tehnologii? Încă în 2009 Азимов Э. Г. și Щүкин А. Н. [3] definesc prin Noi Tehnologii Informaționale tehnologia informației, bazată pe echipamente informatice și de telecomunicații. NTI este sintagma care desemnează noi forme de comunicare și transmitere a informației, instrumente de prezentare multimedia etc., care permit un grad ridicat de interactivitate [4,5,6]. NTI sunt tehnologii complexe care combină hardware, software, suporturi și sisteme de distribuție, într-o continuă evoluție. Aceste NTI permit integrarea instrumentelor multiple într-o singură aplicație; oferă posibilitatea de a stăpâni și îmbogăți mediul informațional; permit flexibilitatea utilizării, mai ales în situația restricțiilor de timp și spațiu; sunt interactive; asigură o conexiune maximă a utilizatorilor la Internet pentru a accesa resursele web indiferent de poziția geografică.

TIC oferă posibilitatea îmbunătățirii semnificative a procesului educațional. În prezent, aplicarea pe larg a TIC a devenit o alternativă solidă la metodele didactice tradiționale, astfel că au fost implementate de multe dintre instituțiile de învățământ, mai ales datorită avantajelor oferite și de posibilitatea învățării continue, deși, inițial, erau utilizate destul de haotic, însă cu scopul de a dezvolta un mediu electronic pentru flexibilitatea educației [7].

Analizând cei 16 indicatori ai Comisiei Europene pentru măsurarea calității și performanței instituțiilor de învățământ putem observa că TIC este al patrulea indicator [8].

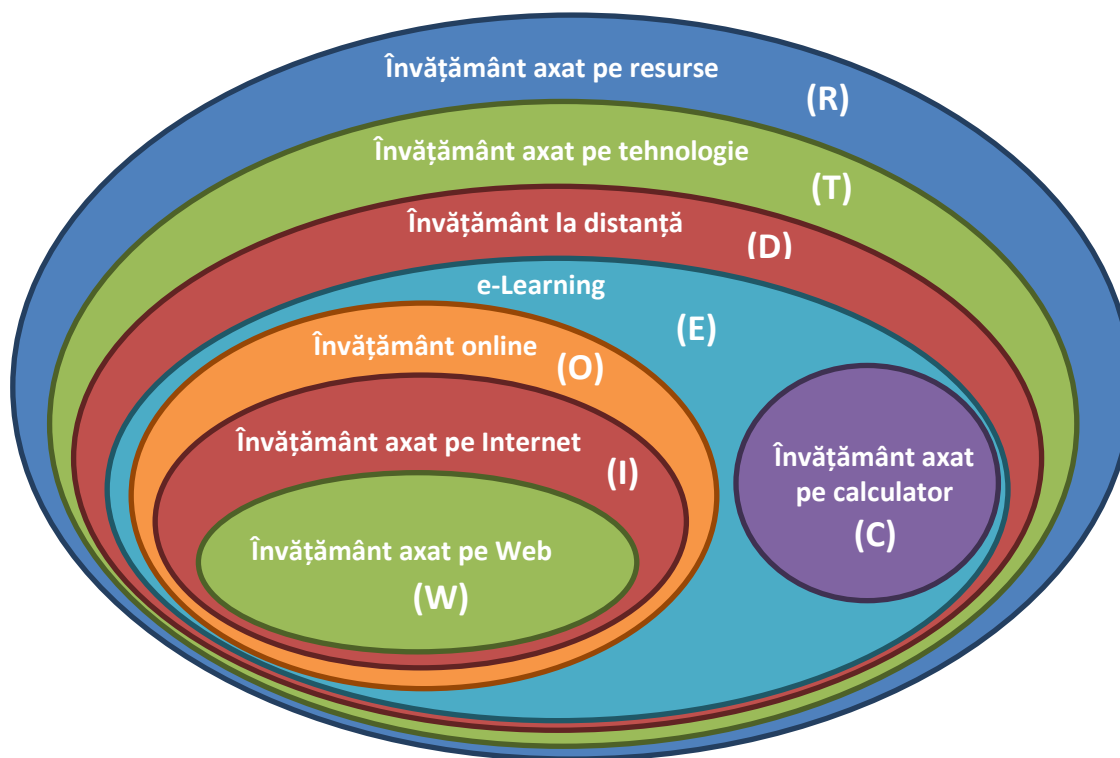
Sistemului actual de învățământ din Republica Moldova trece printr-o modernizare continuă și este orientat spre intrarea în spațiul informațional - educativ mondial. Procesul în cauză dictează modificări esențiale ale procesului instructiv - educativ, modificând conținutul tehnologiilor de învățare, formele de organizare a procesului didactic, astfel încât instruiții să se

întregeze armonios în societatea informațională. TIC devin parte componentă activă a procesului de studii, contribuind considerabil la eficacitatea lui.

O prioritate a politicilor educaționale din toată lumea, în ultimele două decenii, a devenit integrarea mijloacelor digitale în procesul didactic (predare-învățare-evaluare) întrucât se deschid noi orizonturi pentru practica educațională și, anume: facilitarea proceselor de prezentare a informației, de procesare a acesteia de către student, de construire a cunoașterii [9].

La ziua de azi, este tot mai acută necesitatea de transformare a rolului cadrului didactic din învățământul superior din transmitător de informație în ghid/mentor/antrenor/coach al procesului de învățare și regândirea propriei misiuni, reformularea: scopului, obiectivelor, finalităților educaționale, resurselor, strategiilor etc., care să-i permită instruitului să-și construiască propriul traseu de învățare prin implementarea TIC.

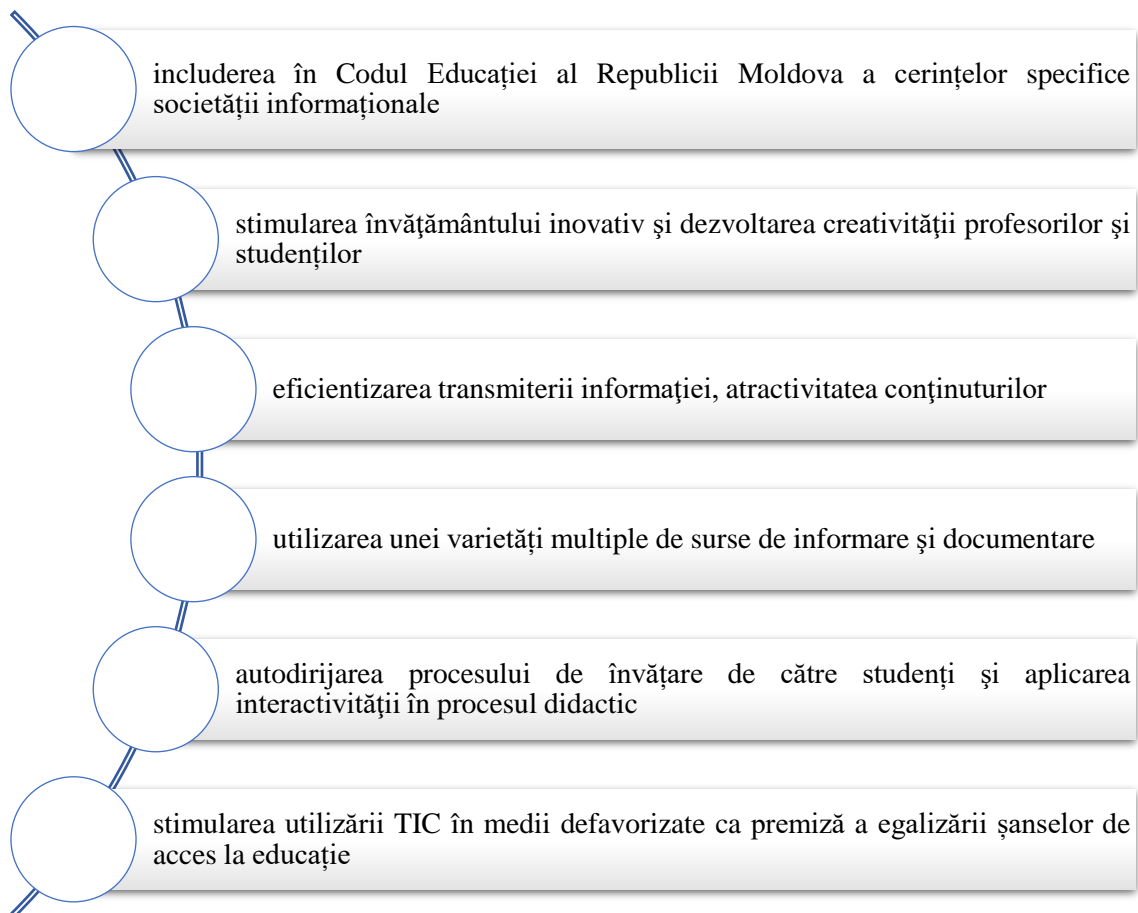
Este cunoscut faptul că termenii cel mai des utilizați în domeniul învățământului bazat pe TIC pot fi clasificați în opt clase fundamentale, iar relațiile dintre aceste clase sunt reprezentate în figura 1.



**Fig.1. Relațiile dintre clasele Calculator (C), Internet (I), Tehnologie (T), Distanță (D), Online (O), Web (W), Electronic (E), Resurse (R) [7,10]**

Studiile în domeniu arată că în momentul în care subiecții se bucură de o experiență de învățare interactivă, aceștia rețin 75% din informații, în timp ce doar 20% dintre informații sunt

reținute atunci când suportul de învățare este cel tradițional oferind, astfel, punctaj pentru necesitatea învățământului asistat de TIC (figura 2).



**Fig. 2. Argumente în favoarea utilizării TIC în procesul didactic**

O serie de avantaje oferite de TIC în procesul didactic translat asupra cadrelor didactice și instruiți este ilustrat în figura 3.

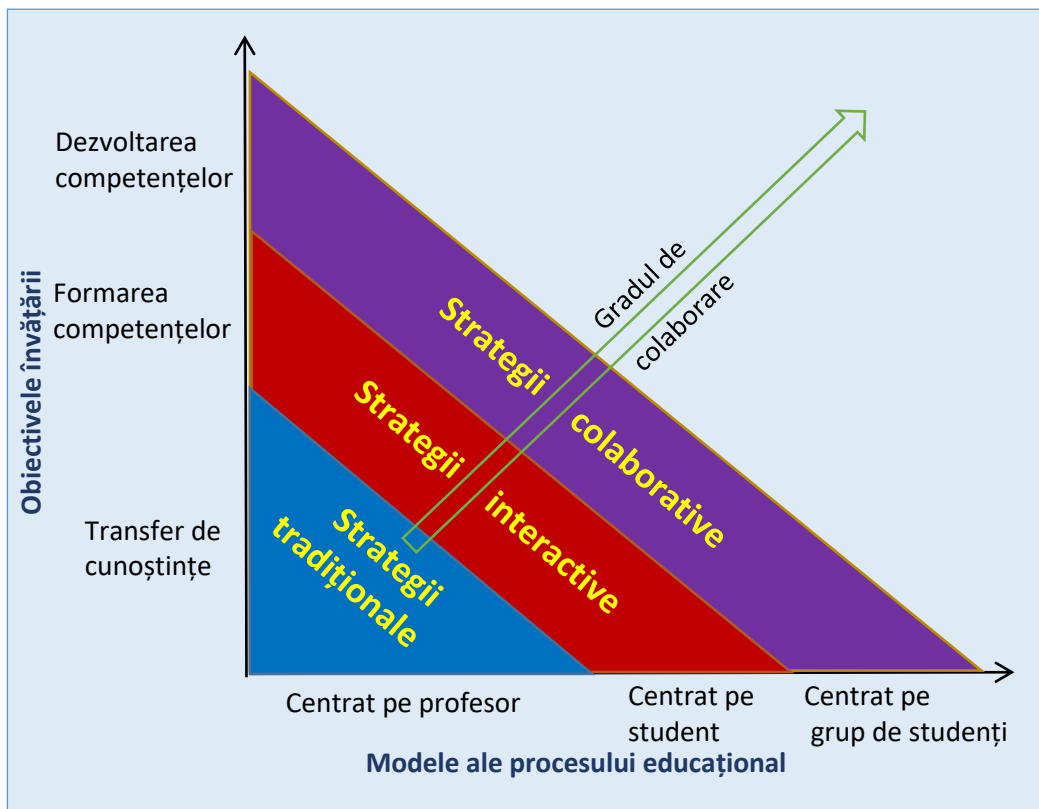
Astăzi, tot mai des auzim conceptul de *Instruire combinată* (Blended Learning), care este o formă de instruire în care metodele tradiționale de instruire sunt combinate cu cele care utilizează tehnologia. Termenul de *Blended Learning* (BL) a fost lansat la sfârșitul sec. al XX-lea. Prima referință la acest concept este într-un comunicat de presă din anul 1999 al Interactive Learning Centers, iar în anul 2006, C.J. Bonk și C.R. Graham publică primul „Manual de Blended Learning” [11]. Cercetătorii definesc sistemul *Blended Learning* drept un sistem de învățământ care „combină interacțiunea directă dintre cadru didactic și instruiți cu instruirea asistată de calculator”, iar „alegerea” oferită actanților procesului didactic fiind ideea de bază a acestui sistem. Astfel, cadrul didactic este facilitat să aleagă cele mai bune strategii de predare, fiind într-o funcționalitate

directă cu stilul de învățare al instruiților, ceea ce conduce la realizarea unui învățământ centrat pe cel ce învață. În acest sens, veriga puternică a unui sistem de tip BL este motivația studenților.



**Fig. 3. Avantaje ale utilizării TIC în procesul de studii: cadru didactic – instruit**

Cheia de bază a motivației de a învăța, conform modelului propus de B. Zimmerman [12], sunt: inițiativa, aptitudinile de planificare a procesului de învățare, setarea de obiective, completarea cerințelor și evaluarea. Factorii ce influențează motivația, luând la bază modelul lui Malone și Lepper [13] sunt: provocarea, curiozitatea, imaginația, competiția, cooperarea, aprecierea.



**Fig. 4. Gradul de colaborare dintre participanții la procesul didactic în dependență de model, scopul învățării și strategiile didactice cu implementarea TIC**

Prin urmare, aplicarea rațională, dirijată și profesională a TIC în procesul de instruire contribuie la sporirea nivelului de interacțiune și colaborare dintre participanții la acest proces (figura 4), fapt ce determină, în mod real, un progres în dobândirea și dezvoltarea competențelor profesionale.

## CADRU LEGISLATIV

La baza elaborării acestui ghid au fost luate în calcul următoarele acte normative:

- Codul Educației Republicii Moldova, Nr. 152 din 17.07.2014. Online: [https://www.legis.md/cautare/getResults?doc\\_id=138917&lang=ro#](https://www.legis.md/cautare/getResults?doc_id=138917&lang=ro#)
- Constituția Republicii Moldova. Online: [https://www.legis.md/cautare/getResults?doc\\_id=128016&lang=ro#](https://www.legis.md/cautare/getResults?doc_id=128016&lang=ro#)
- Regulamentul de organizare a studiilor superioare de licență (ciclul I) și integrate (Ordinul MECC nr. 1625 din 12.12.2019).
- HG. nr.80/2022 din 16.02.2022 pentru aprobarea Regulamentului cu privire la organizarea și desfășurarea studiilor superioare de master – ciclul II.
- HG nr. 482 din 28-06-2017 cu privire la aprobarea Nomenclatorului domeniilor de formare profesională și al specialităților în învățământul superior.
- Regulamentul de organizare a studiilor în învățământul superior în baza Sistemului Național de Credite de Studiu (Ordinul nr. 44 din 26 ianuarie 2016).
- Regulamentului-cadru de organizare și desfășurare a evaluării finale a studiilor superioare de licență (ciclul I) și a studiilor superioare integrate(Ordinul MEC nr. 1157 din 19.09.2023).
- Strategia națională de dezvoltare „Moldova 2030”.
- Strategia de transformare digitală a Republicii Moldova pentru anii 2023-2030.
- HG Nr. 114 din 07-03-2023 cu privire la aprobarea Strategiei de dezvoltare „Educația 2030” și a Programului de implementare a acesteia pentru anii 2023-2025;
- Strategia securității informaționale a Republicii Moldova pentru anii 2019–2024 și a Planului de acțiuni pentru implementarea acesteia. Online: [https://www.legis.md/cautare/getResults?doc\\_id=111979&lang=ro](https://www.legis.md/cautare/getResults?doc_id=111979&lang=ro)
- Programul strategic de modernizare tehnologică a guvernării (*e-Transformare*). Online: [https://www.legis.md/cautare/getResults?doc\\_id=103279&lang=ro](https://www.legis.md/cautare/getResults?doc_id=103279&lang=ro)
- Strategiei de dezvoltare a industriei tehnologiei informației și a ecosistemului pentru inovare digitală pe anii 2018-2023 și a Planului de acțiuni privind implementarea acesteia. Online: [https://www.legis.md/cautare/getResults?doc\\_id=109078&lang=ro](https://www.legis.md/cautare/getResults?doc_id=109078&lang=ro)
- Regulamentul-cadru privind organizarea și desfășurarea învățământului superior la distanță aprobat prin ordinul ME nr. 474 din 24.05.2016.
- Strategia Digitală a Uniunii Europene. Online: <https://eufordigital.eu/ro/discover-eu/eu-digital-strategy/>
- Comunicare a comisiei către Parlamentul European, consiliu, comitetul economic și social european și comitetul regiunilor. Busola pentru dimensiunea digitală 2030: modelul european pentru deceniul digital. Online:

<https://eur-lex.europa.eu/legal-content/ro/ALL/?uri=CELEX:52021DC0118>

- EU AI Act: first regulation on artificial intelligence. Online:  
<https://www.europarl.europa.eu/news/en/headlines/society/20230601STO93804/eu-ai-act-first-regulation-on-artificial-intelligence>
- The Definition and Selection of Key Competencies. Executive Summary:  
<https://www.oecd.org/pisa/35070367.pdf>
- European Union Council Recommendation on Key Competences for Lifelong Learning (2018/C 189/01). Official Journal of the European Union. [https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604\(01\)&from=LT](https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604(01)&from=LT)
- Republic of Moldova. Digital Development Country Profile. ITU, June 2021, Version 1.1:  
<https://www.itu.int/en/ITU-D/Regional-Presence/Europe/Documents/Events/2021/Regional%20Innovation%20Forum/Moldova.pdf>
- DigCom 2.1:  
[https://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC106281/web-digcomp2.1pdf\\_\(online\).pdf](https://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC106281/web-digcomp2.1pdf_(online).pdf)
- DigComp 2.2: <https://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/handle/JRC128415>
- DigCompEdu: <https://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/handle/JRC107466>
- Regulamentul de organizare și desfășurare a studiilor superioare de master – ciclul II în cadrul Universității Pedagogice de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, aprobat în ședința Senatului PV nr. 10 din 21.04.2022.
- Regulament de organizare a studiilor superioare de licență (ciclul I) în cadrul Universității Pedagogice de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, aprobat în ședința Senatului PV nr. 2 din 01.10.2020.
- Regulamentul privind organizarea și desfășurarea activităților didactice la forma de învățământ superior la distanță la Universitatea Pedagogică de Stat ”Ion Creangă” din Chișinău, aprobat în ședința Senatului, P-V nr. 13 din 30.05.2024
- Planul de dezvoltare strategică a Universității Pedagogice de Stat „Ion Creangă” din Chișinău pentru 2021-2025 (Proces-verbal nr. 8 al ședinței Senatului UPSC din 25.03.2021).

Acest ghid reprezintă un suport metodologic pentru cadrele didactice, care vor elabora cursuri electronice pentru a asigura cu resurse digitale programele de studiu.

## DIGITALIZAREA PROCESULUI DIDACTIC

Este foarte clar pentru întreaga comunitate academică că modul în care abordam azi educația/ formarea profesională trebuie adaptat la cerințele actuale: (1) condițiile dictate de piața muncii; (2) dezvoltarea ascendentă a tehnologiilor informaționale și de comunicație educaționale; (3) direcțiile strategice definite în documentele de politici de dezvoltare durabilă a societății și de transformare digitală; (4) centrarea pe instruit cu luarea în calcul a nativilor digitali etc.

Până în anii 2000, sursele de învățare a studenților erau cărțile din biblioteci. La etapa actuală, grație dezvoltării rețelei globale Internet, sursele bibliografice pentru însușirea materiilor de studii s-au mărit considerabil prin accesul la materiale electronice publicate. Aici putem vorbi despre site-uri de resurse educaționale, biblioteci online, laboratoare virtuale, platforme de e-Learning open source etc. [7,14,15]

Mai mult, luând în considerație faptul că, situația economică a unor studenți poate fi nu cea mai bună (un caz aparte îl constituie persoanele cu CES), aceștia din urmă activează în economia națională sau în sistemul educațional, însă doresc să-și îmbunătățească performanțele educaționale. Astfel, ei aspiră pentru studii superioare la formele de învățământ cu frecvență (ÎF) redusă (ÎFR) sau la distanță (ÎD). Așa cum, azi sistemul educațional, și nu numai, are un deficit mare de specialiști, studenții înmatriculați la studii prin învățământ cu frecvență deja din anul II încep să activeze în calitate de învățători, educatori, profesori școlari, programatori în companii IT, traducători, asistenți sociali etc. În acest caz, prezența la ore scade, iar pentru asigurarea unei formări inițiale profesionale calitative a studentului sunt necesare alte abordări didactice la nivel de strategie, metode și forme de instruire, care sunt concentrate pe oferirea unui sprijin prin suporturi didactice/resurse didactice digitale și adaptarea instruirii la ritmul propriu al instruitului.

În acest context, problema principală care trebuie soluționată este completarea spațiului virtual cu informații calitative, explicite, porționate corect și disponibile gratuit. O variantă ideală pentru însușirea unei discipline universitare, în afară de activitățile face to face, ar fi și accesul la un curs electronic care ar include câteva componente cheie: materialul teoretic și practic (exemple practice rezolvate, tipuri de probleme ce pot fi rezolvate etc.) pentru întreaga materie descrisă în curriculumul disciplinei; teste de evaluare și autoevaluare; un sistem de feedback student-profesor-student și student-student (inclusiv forum, chat, email); activități interactive/ colaborative; surse suplimentare de documentare (link-uri utile, bibliografie selectivă, informații video/audio etc.) etc. De regulă, astfel de cursuri digitale sunt integrate în Sisteme de Management a Învățării (SMÎ). Una din SMÎ este Moodle – o platformă open source pentru gestionarea procesului didactic [16,17,18].

Ținând cont de tendințele actuale de digitalizare a educației, de direcțiile trasate și realizate de universitățile de top din lume ne propunem de a crea cursuri digitale, care ulterior să obțină calificativul de MOOC - Massive Open Online Courses, devenind cursuri online oferite gratuit

pentru un număr nelimitat de studenți. Înscrierea la astfel de cursuri a unui număr impunător de studenți vorbește despre ridicarea standardelor de calitate, despre o deschidere masivă, despre noi oportunități de instruire pentru un cerc larg de oameni din lumea întreagă, despre asigurarea unei flexibilități și despre o liberalizare a educației.

Evident, pentru a realiza un curs digital într-un SMÎ este necesar de a parcurge mai mulți pași. Cei mai importanți dintre aceștia sunt:

- 1) descrierea disciplinei universitare;
- 2) definirea scopului, obiectivelor și finalităților disciplinei universitare;
- 3) stabilirea unei structuri corecte și viabile a disciplinei universitare pentru asigurarea realizării obiectivelor stabilite și atingerea finalităților de studiu;
- 4) structurarea materiei (pe unități de învățare, module, teme etc.) în fișiere docx – crearea unităților de conținut;
- 5) crearea, selectarea, stocarea imaginilor;
- 6) crearea, selectarea, stocarea informației audio/ video;
- 7) crearea unei liste bibliografice obligatorii și suplimentare (pentru studiul avansat);
- 8) organizarea evaluării, care începe cu crearea bazelor de itemi (întrebări, exerciții, probleme, studiu de caz etc.) incluzând și răspunsurile corecte;

Vom preciza în acest ghid realizarea pașilor 3-8 (pentru pasul 8 vom realiza doar crearea bazelor de itemi).

Separarea în spațiu și timp a studenților se face pe mai multe dimensiuni: în raport cu aula universitară; în raport cu alți colegi de grupă; în raport cu cadrul didactic; în raport cu forma de învățământ; în raport cu resursele educaționale. Astfel, are loc deplasarea de la traseul de instruire obișnuit la un traseu individual de instruire. În acest caz, o mare parte de ore, care se realizează la ÎF face to face, se transformă în ore de autoinstruire (AI) pe care studentul le realizează în baza resurselor educaționale digitale, adică prin intermediul cursurilor electronice plasate în SMÎ.

Activitatea de autoinstruire include:

- studierea literaturii de specialitate indicată în lista bibliografică obligatorie;
- pregătirea pentru seminare, activități practice etc.;
- realizarea sarcinilor de la evaluările periodice (teste de autoevaluare, lucrări de laborator, referate, portofolii, proiecte, eseuri);
- consilierea profesională/ feedbackul oferit de cadrele didactice, coordonatorii de disciplină, personalul tehnic (în cazul unor deficiențe tehnice) realizare sincron și asincron;
- pregătirea pentru evaluarea finală (examen, colocviu, teză de an, teză de licență/master).

Învățarea prin utilizarea unui traseu individual de învățare sau formele ÎFR, ÎD trebuie să-i asigure studentului libertatea de a alege: unde și când să învețe, ordinea și metoda de învățare.

Așa cum, conceptul de bază a educației moderne este centrarea pe student, realizarea unui învățământ prin trasee individuale, frecvență redusă sau la distanță implică mai multe exigențe și sarcini care sunt puse în fața cadrului didactic și anume:

- elaborarea și furnizarea unor materiale didactice/ resurse digitale calitative care să înlesnească autoinstruirea (suport de curs digital, materiale audio/ video, link-uri utile, bibliografie selectivă, teste de evaluare (inclusiv, rezolvările pentru testele de autoevaluare), modele de proiecte, lucrări de laborator etc.);
- asigurarea unui feedback atât sincron cât și asincron realizat prin forumuri de discuții, chat, email instituțional, mesagerie vocală etc. (în mod special, se va ține cont de oferirea feedback-ului după evaluări care trebuie să fie explicit și furnizat în termeni rezonabili, de regulă, nu mai mult de două săptămâni);
- introducerea notelor obținute de studenți la evaluările periodice și la evaluarea finală în Sistemul Informațional de Management Universitar (SIMU) prin catalogul electronic pentru a oferi posibilitatea ca studenții să-și poată monitoriza propriul parcurs academic, să poată interveni pe propriile metode de învățare etc.

În aceeași ordine de idei, adoptarea unui stil de învățare în ritm propriu, adică autoinstruirea, transformă rolul cadrului didactic din transmițător de informație în tutore, ghid, coach responsabilizând și mărinț importanța instruitului în propriul proces de cunoaștere.



Pentru asigurarea calității formării profesionale a viitorilor specialiști resursele digitale educaționale elaborate, inclusiv cursurile digitale, trebuie să fie puse la dispoziția studenților în două forme:

1. suport de curs integral în varianta PDF disponibil în compartimentul Suporturi de curs, care este inclus în secțiunea Programe de studiu (în SMÎ sau repozitoriul bibliotecii științifice);
2. varianta online disponibilă în SMÎ, organizat pe unități de învățare, unde titularul cursului realizează următoarele activități:
  - divizează suportul de curs integral pe unități de învățare (module, teme etc.) ținând cont de numărul de ore rezervate pentru unitatea de învățare X;
  - gestionează evaluarea, inclusiv autoevaluarea: configurare, temporizare, accesibilitate, rezolvări, notare etc.;
  - asigură toate tipurile de feedback;
  - creează linkuri și gestionează activitățile didactice sincrone.

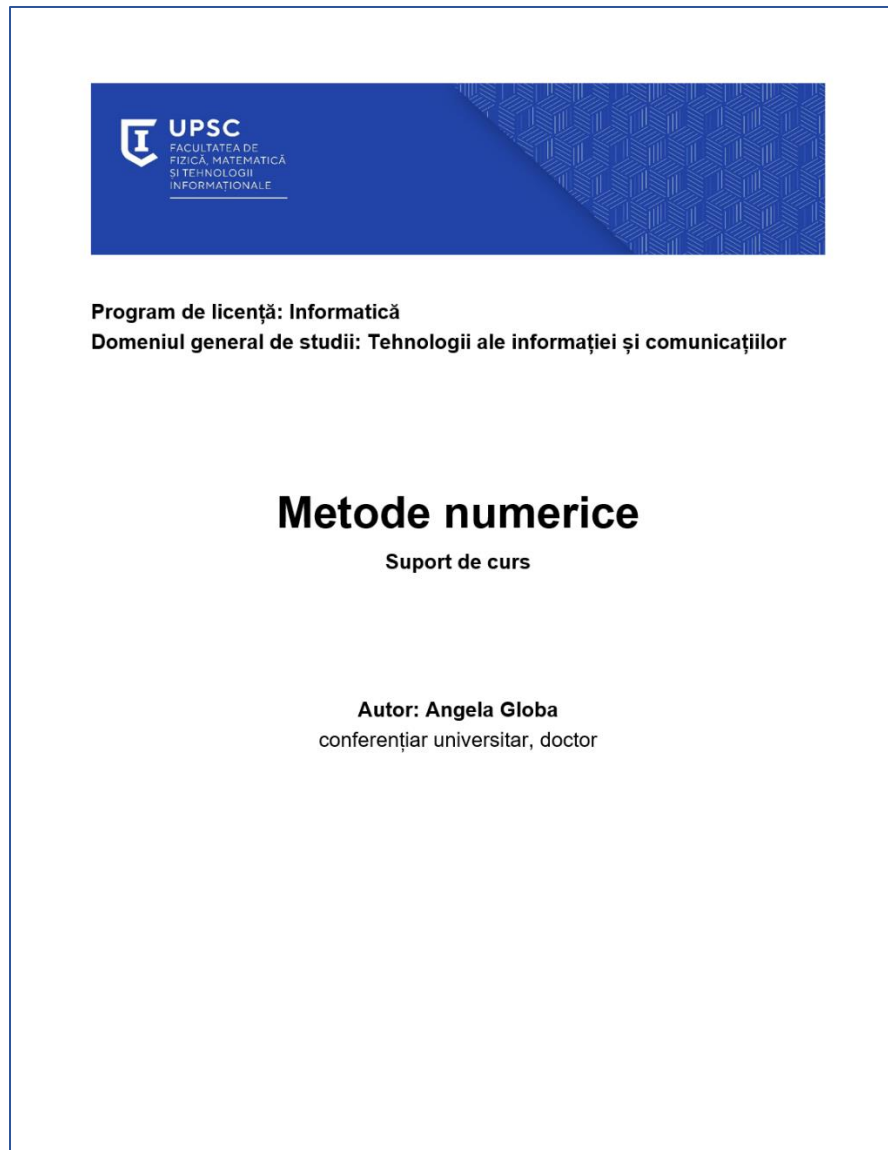
## STRUCTURA ȘI ELEMENTELE CHEIE ALE UNUI CURS DIGITAL

Un curs în format digital nu este o simplă prezentare narativă a informației, dar necesită o altă abordare axată pe accesibilitate, interactivitate și un echilibru între text și grafică simplificând astfel procesul de autoinstruire al formabilului. Includerea în curs a unor elemente cheie vor contribui la facilitarea învățării graduate.

### 📁 Structura cursului digital

- Un *curs digital* va avea următoarea structură:
  - Cuprins
  - Descrierea succintă a integrării cursului în programul de studii
  - Competențe dezvoltate în cadrul cursului
  - Rezultate ale învățării
  - Precondiții
  - Disciplinele conexe la acest curs (cu ce discipline de studiu interacționează sau servește ca condiție pentru alte cursuri) (opțional)
  - Resurse digitale suplimentare (soft, hard, spațiu)
  - Structura cursului (va conține indicații de parcurgere a cursului în procesului de învățare)
  - Durata studiului
  - Test inițial de evaluare a cunoștințelor anterioare
  - Unități de învățare
- Evaluare (evaluări curente (lucrări practice realizate în cadrul orelor de seminar, lucrări de laborator, proiecte etc.); evaluări periodice (evaluare 1 și evaluare 2); evaluare finală;
  - Anexe
  - Bibliografie (obligatorie și opțională).
- Structura unei *unități de învățare* (UÎ)
  - Cuprins
  - Obiective (opțional)
  - Durata studiului individual (de regulă, se preconizează câte 2 ore academice pentru o UÎ)
  - Elemente-cheie (cuvinte-cheie, concepte-cheie etc.)
  - Exemple
  - Sarcini de lucru scurte (exerciții sau întrebări de autotestare după o secvență teoretică)
  - Microsinteze de tipul „Să ne reamintim”
  - Teste de autoevaluare
  - Teste de evaluare

- Rezumat
- Bibliografie (opțional)



















**Fig. 5. Pagina de titlu a unui curs digital**


- *Pagina de titlu* (figura 5):
  - format A4;
  - margini: sus, jos, stânga, dreapta – 2 cm;
  - text: font Arial, corp de literă 14, aldine (Bold) (program de licență și domeniul general de studii – alineat stânga, restul textului – centrat);
  - titlul cursului: Text: font Arial, corp de literă 30, aldine (Bold), centrat;

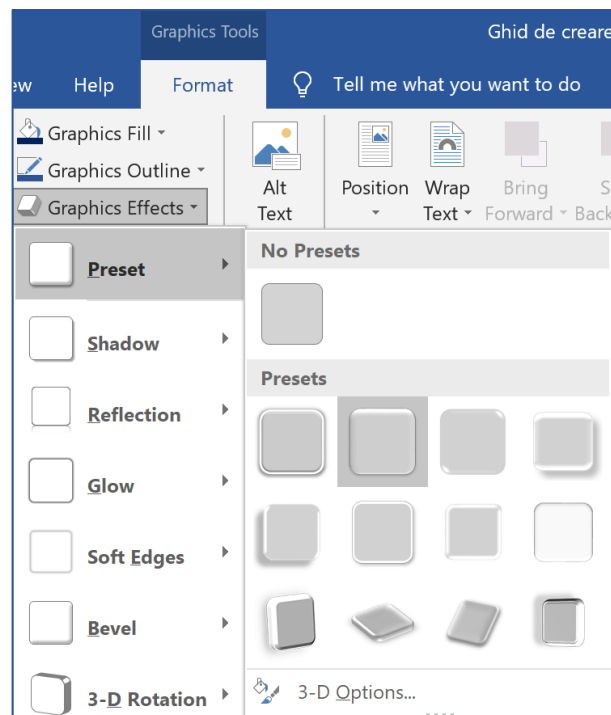
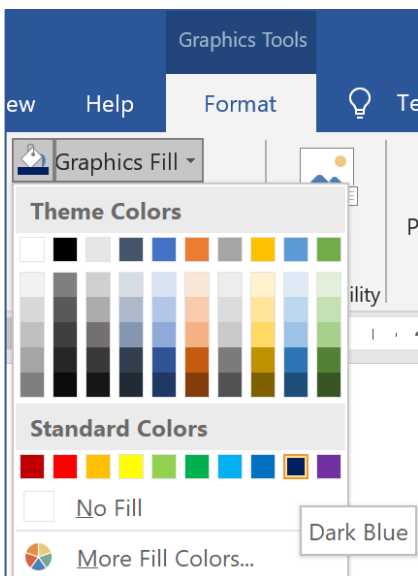
- interval între rânduri 1.25, cu diacritice.

### Elemente grafice pentru realizarea cursului digital

Element grafic	Descrierea
	Descrierea succintă a integrării cursului în programul de studii
	Obiective (ale cursului sau a UÎ)
	Competențe specifice
	Rezultate ale învățării (finalități de studiu)
	Precondiții
	Disciplinele conexe la acest curs (cu ce discipline de studiu interacționează sau servește ca condiție pentru alte cursuri)
	Resurse digitale suplimentare (soft, hard, spațiu)
	Structura cursului (va conține indicații de parcurgere a cursului în procesului de învățare)
	Durata studiului
	Exemplu

	Sarcini de lucru scurte
	Notă Atenție!
	Actualizarea cunoștințelor anterioare
	Evaluare (inițială, autoevaluare, sumativă)
	Temă de control
	Rezumat

 Elementele grafice pot fi inserate din *Insert, Icons*. Pentru formatare se va efectua clic pe obiectul grafic, apoi se va accesa din meniul principal *Format, Graphics Fill, Dark Blue*. Ulterior, pentru adăugarea unor efecte speciale, analog, din meniul *Format* se va alege *Graphics Effects, Preset, Preset 2*. Pentru redimensionarea pictogramei, din meniul *Format* pentru *Height* și *Width* se va indica 1,5 cm (obiectul se selectează anterior).



## ☞ Reguli referitor la organizarea și conținutul cursului digital



- Cursul digital poate fi organizat pe unități de învățare, module, teme etc.
- Utilizarea elementelor grafice stimulează memoria vizuală și contribuie la facilitarea procesului de asimilare a informației noi.
- Includeți un cuprins pentru a asigura o navigare simplă în curs.
- Pentru a explicita noțiunile teoretice includeți exemple. Unde este posibil, se vor include exemple din viața cotidiană
- Oferiți exemple pentru lucrul individual (de exemplu, de tipul sarcini de lucru scurte).
- Pentru organizarea reușită a materiei pot fi utilizate liste, tabele, grafice etc. Conform studiilor psiho-colorimetrice, imaginile grafice colorate sunt mai ușor reținute de studenți.
- Includeți în text hiperlink-uri către informații suplimentare (audio, video etc.).
- Aplicați o gamă de culori, fonturi, corp de literă în conformitate cu cerințele și recomandările psihopedagogilor consacrați (Nu includeți prea mult roșu! Nu utilizați mai mult de 3 culori! Nu utilizați prea mult text subliniat (Underline)! Nu aplicați mai mult de două fonturi diferite! Nu aplicați mai mult de 3 corpuri de literă!...).
- Folosiți culori aprinse pentru a scoate în evidență chestiunile importante. Țineți cont de contrastul culorilor (Nu scrieți negru pe roșu sau verde pe albastru! Etc.).
- Includeți în curs o listă de resurse bibliografice suplimentare necesare pentru studiul avansat a cursului.
- Este bine de a expune materia de la simplu la compus.

- Utilizați în text trimiteri la noțiuni deja învățate (de exemplu: UÎ 3. Definiția 4).
- Nu includeți imagini de format prea mare. Comprimați imaginile, informația audio/ video la cea mai mică dimensiune posibilă.
- Nu includeți elemente grafice suplimentare care vor sustrage atenția (de exemplu, imagini care pulsează).
- Nu admiteți ambiguități, repetări de conținut.
- Folosiți un limbaj academic, corect terminologic, clar, explicit.

*Cursul va include:*

- Introducere în curs (aici se va include: descrierea succintă a integrării cursului în programul de studii; obiectivele cursului; competențe specifice care urmează a fi formate; finalitățile de studii; condițiile; disciplinele conexe la acest curs; resurse digitale suplimentare; structura cursului etc.);
- teste de evaluare inițială (cel puțin unul);
- unități de învățare (de regulă, numărul de unități de învățare într-un curs digital este echivalent cu numărul de unități de învățare preconizate în Curriculumul disciplinei);
- **tematica pentru seminare/lucrări practice/ de laborator;**
- după fiecare unitate de învățare se va include:
  - rezumatul UÎ;
  - teste de autoevaluare (cel puțin unul);
- **evaluări curente, evaluări periodice, evaluare finală;**
- bibliografia (poate fi inclusă la finele cursului sau pentru fiecare unitate de învățare);
- durata de studiu: durata parcurgerii unei UÎ (autoinstruire) este în mediu de 2 h plus timpul pentru învățare care este diferit de la un instruit la altul, dar care nu va fi mai mare decât timpul alocat pentru lucrul individual preconizat pentru cursul inclus în planul de studiu.

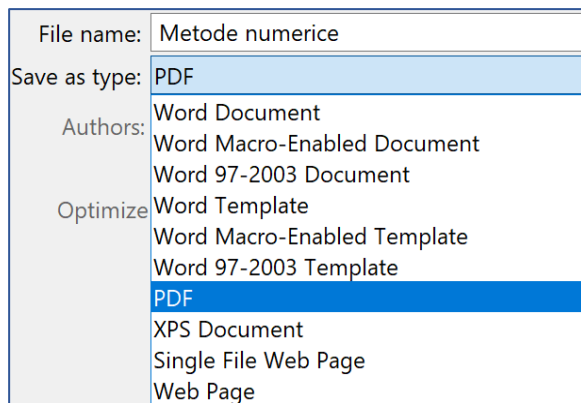


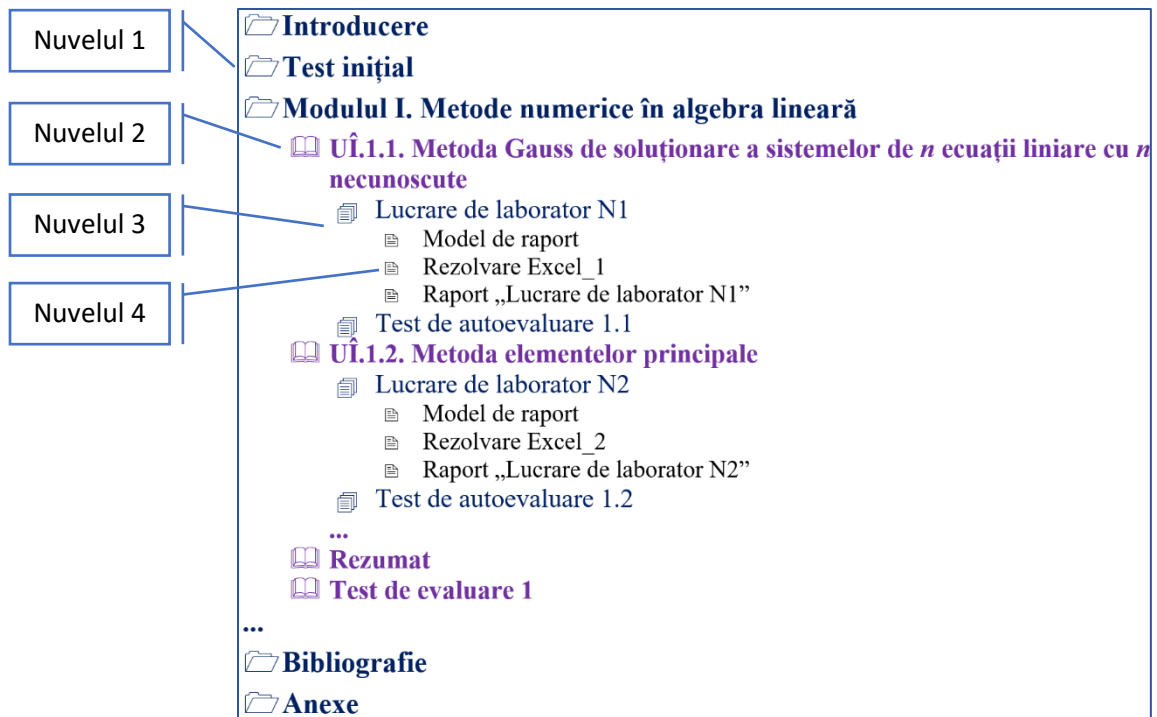
Scopul evaluării (autoevaluare, curente, periodice, semestriale) este de a verifica competențele dobândite de student și de a interveni pe anumite segmente cum ar fi strategiile, metodele didactice etc., care ar duce la o învățare mai rapidă și de durată.

Astfel, este bine să includem în test diferite tipuri de itemi, pentru a omite simpla reproducere a textului cursului. Se va pune accent pe itemi ce ar stimula studentul să facă sintetizări, să aplice cunoștințele acumulate la disciplina universitară etc.

## ☒ Elemente de tehnoredactare a cursului digital

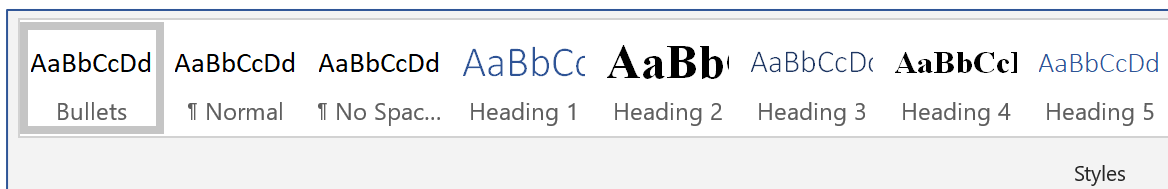
- Volumul unui curs nu se reglementează. Este important ca fiecare UÎ să fie descrisă complet pentru a asigura atât formarea competențelor specifice cât și a finalităților de studiu.
- Inițial, textul cursului se va scrie în Microsoft Word, pe coli de format A4, font Times New Roman, corp de literă 12, interval între rânduri 1.25 mm, cu diacritice. Ulterior, fișierul DOCX va fi transformat în format PDF:
  - File, Save As;
  - se indică locația (de exemplu, E:\UPSC\Cursuri MOODLE\);
  - în fereastra care apare în caseta *File name* se specifică numele fișierului;
  - în caseta *Save as type* se alege formatul PDF, apoi se face clic pe butonul Save.
- Marginile trebuie să aibă următoarele dimensiuni: Top – 2 cm; Bottom – 2 cm; Left – 2 cm; Right – 2 cm.
- Titlul modulelor, UÎ se va scrie cu majuscule aldine (Bold), folosind font Times New Roman, corp de literă 13, centrat.
- Titlul temelor, paragrafelor - font Times New Roman, corp de literă 12, aldine (Bold), cursiv (Italic), aliniat stânga.
- Textul de bază va fi aliniat stânga-dreapta (Justify), iar prima linie din fiecare paragraf va fi indentată la 1 cm (din alineat).
- Referințele se introduc în text corespunzător listei bibliografice, incluse în paranteze pătrate [...].
- Formulele de calcul se încorporează în text folosind instrumentul Ecuatie (Equation).
- Graficele, histogramele, imaginile etc. se numerotează și se plasează în text fiind urmate de titlu cu litere aldine (Bold) plasat la centru. Desenele se grupează, pentru a nu pierde din detalii.
- Tabelele se numerotează și se încorporează în text centrat, fiind precedate de titlu, centrat, cu litere aldine (Bold), iar textul din tabel cu corp de literă 11.
- Bibliografia se indică la sfârșitul lucrării, conform standardului SM ISO690:2012.
- Cuprinsul se include după pagina de titlu. Pentru inserarea cuprinsului într-un document Word se vor parcurge pașii:
  - Se creează structura documentului (capitol, modul, UÎ, temă, paragraf). De exemplu, fie că trebuie să creăm o structură cu patru nivele (fig.6):



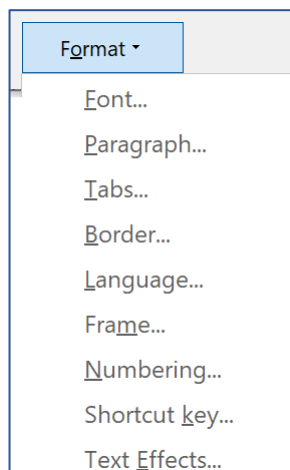


**Fig. 6. Structura unui curs digital. Model 1**

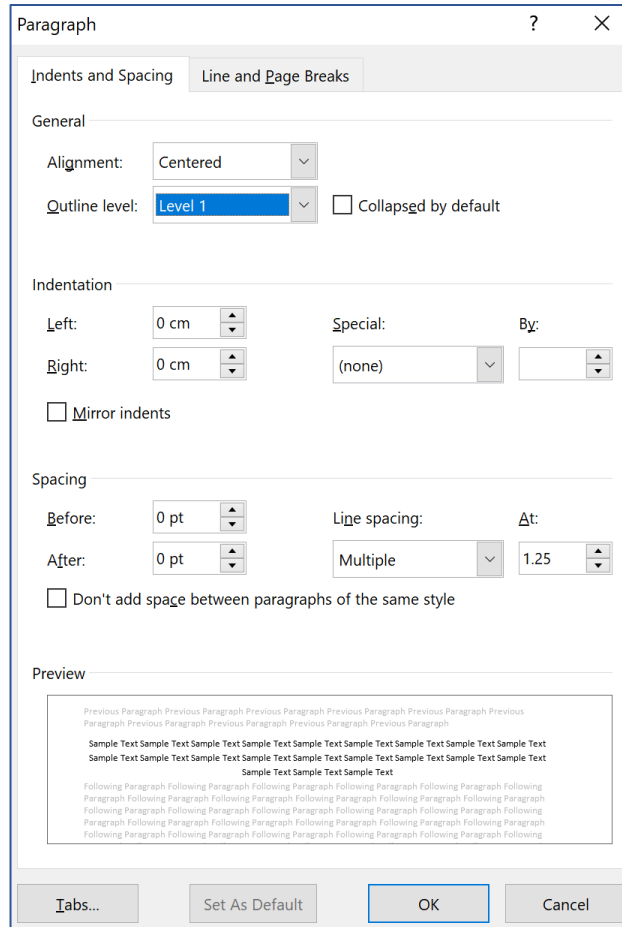
- Pentru aceasta, inițial, vom crea cursul nostru care este structurat în: Introducere, test inițial, module, unități de învățare care include Lucrări de laborator (care, la rândul său include model de raport, rezolvare Excel, raport) și test de autoevaluare, rezumatul unui modul, teste de evaluare, bibliografie și anexe.
- Definim introducerea, testul inițial, modulele, bibliografia – titluri de nivelul 1; UÎ, rezumatul modulului, testul de evaluare - titluri de nivelul 2; lucrările de laborator, testul de autoevaluare – titluri de nivelul 3; modelul de raport, rezolvarea Excel, raportul – titluri de nivelul 4.
- Aplicația MS Word pune la dispoziția utilizatorului un set de stiluri implicite pentru titluri (Heading 1, Heading 2, ...). Pentru titlurile de nivelul 1 alegem stilul de formatare Heading 1; pentru titlurile de nivelul 2 alegem stilul de formatare Heading 2; pentru titlurile de nivelul 3 alegem stilul de formatare Heading 3; pentru titlurile de nivelul 4 alegem stilul de formatare Heading 4 (acestea sunt disponibile pe bara cu instrumente *Styles*);



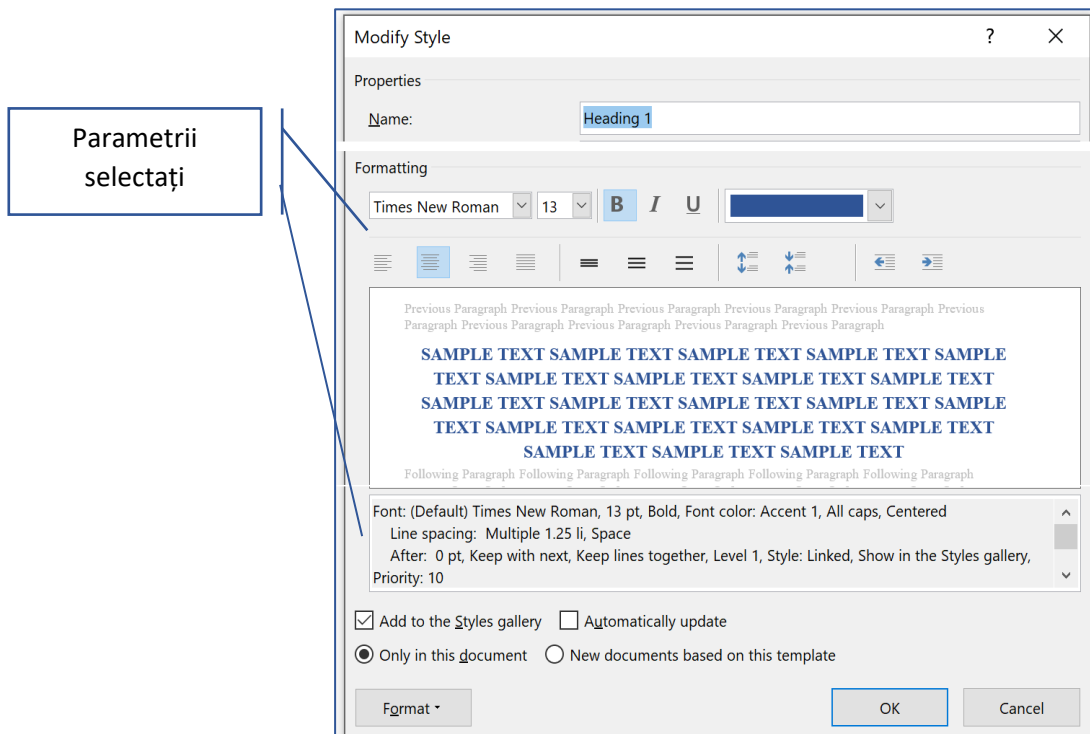
- Pentru a modifica un stil se face click dreapta pe stilul de formatare, apoi se alege *Modify*. Din caseta care apare se face clic pe butonul *Format* din colțul din stânga-jos.



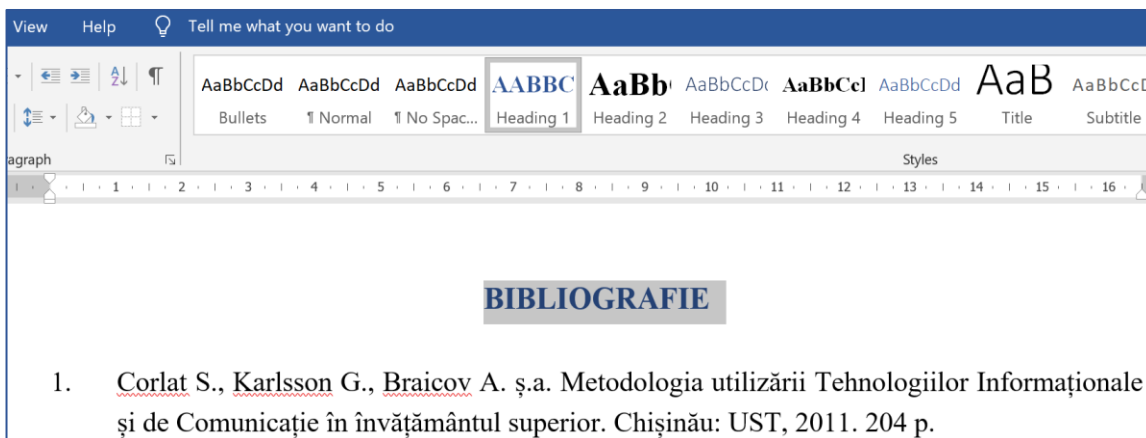
- Alegând *Font* puteți specifica fontul (Time New Roman), stilul fontului (*Font style*) – **Bold**, corpul de literă (*Size*) – 13, culoarea, stilul de subliniere a textului (*Underline style*), efecte (alegeți *All caps* pentru a scrie titlul cu majuscule), apoi efectuați click pe butonul *Ok*.
- Apoi, faceți clic pe *Paragraph* și alegeți parametrii din imaginea de mai jos, după care faceți click pe butonul *Ok*.



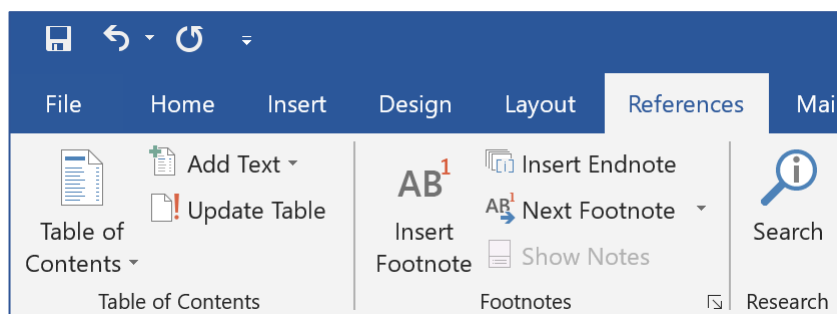
- În caseta de mai jos sunt afișați toți parametrii selectați. Faceți click pe butonul *Ok*.



- În mod analog se modifică toate stilurile de formatare necesare;
- Pentru a obține structura documentului definită în figura 6 este necesar de a formata toate titlurile aplicând stilurile *Heading 1-4*. Pentru aceasta selectăm din textul documentului titlul, apoi facem clic pe unul din stilurile *Heading 1-4* din bara cu instrumente *Styles*.



- Pentru a insera cuprinsul cursului digital elaborat din meniul principal se alege *References, Table of Contents, Custom Table of Contents*:



Se va afișa o casetă unde vom alege parametrii necesari, apoi se va efectua click pe butonul *Ok*.

Bifăm dacă dorim să afișăm numărul paginii de unde începe titlul dat

Bifăm dacă dorim să aliniem numărul paginii de partea dreaptă a paginii

Alegem formatul cuprinsului

Alegem numărul de nivele care vor fi incluse în cuprins

- Se va obține cuprinsul cursului elaborat:

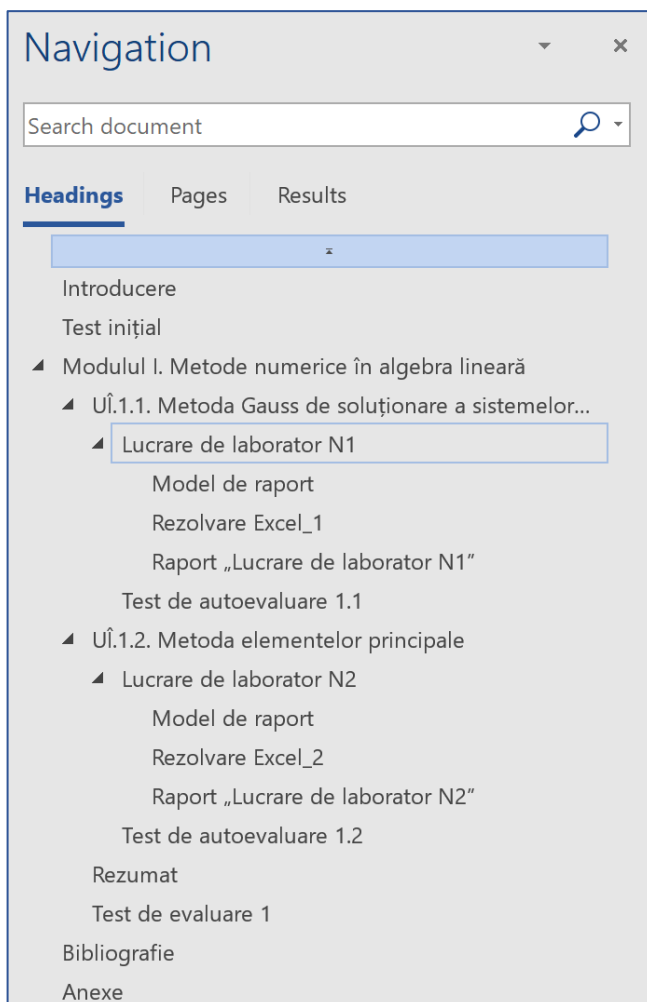
<b>CUPRINS</b>		Current Document Ctrl+Click to follow link
<b>INTRODUCERE</b> .....	<b>2</b>	
<b>TEST ÎNȚĂL</b> .....	<b>3</b>	
<b>MODULUL I. METODELE NUMERICE ÎN ALGEBRA LINEARĂ</b> .....	<b>5</b>	
UÎ.1.1. METODA GAUSS DE SOLUȚIONARE A SISTEMELOR DE $N$ ECUAȚII LINIARE CU $N$ NECUNOSCUTE.....	5	
<i>Lucrare de laborator N1</i> .....	9	
Model de raport.....	11	
Rezolvare Excel_1.....	12	
Raport „Lucrare de laborator N1”.....	15	
<i>Test de autoevaluare 1.1</i> .....	19	
UÎ.1.2. METODA ELEMENTELOR PRINCIPALE.....	20	
<i>Lucrare de laborator N2</i> .....	23	
Model de raport.....	24	
Rezolvare Excel_2.....	25	
Raport „Lucrare de laborator N2”.....	28	
<i>Test de autoevaluare 1.2</i> .....	29	
REZUMAT.....	30	
TEST DE EVALUARE 1.....	31	
<b>BIBLIOGRAFIE</b> .....	<b>32</b>	
<b>ANEXE</b> .....	<b>34</b>	

- Dacă fontul cuprinsului, corpul de literă, spațiul dintre rânduri nu corespund cerințelor, atunci se inserează cuprinsul și se aplică aceleași reguli de formatare ca și pentru un text obișnuit.
- Pentru a naviga în cursul digital elaborat putem aplica două metode:  
*Metoda 1:* ne deplasăm pe pagina unde avem inserat cuprinsul; ținem apăsată tasta *CTRL* și facem click pe titlul (modul, UÎ etc.) unde dorim să ne deplasăm;

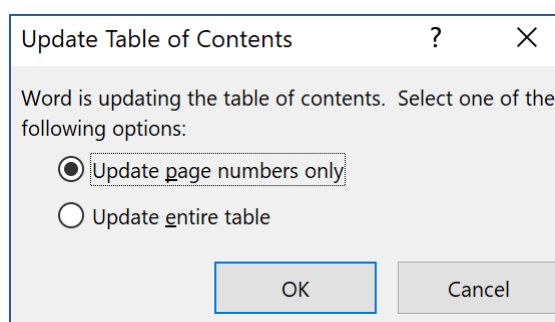
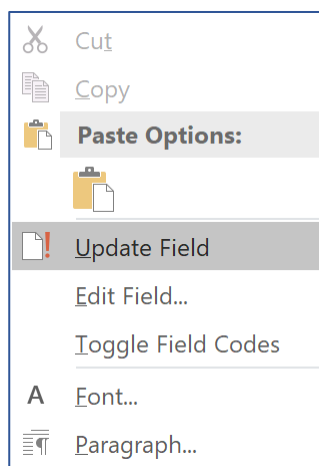
*Metoda 2:* din meniul *View* bifăm *Navigation Pane*;



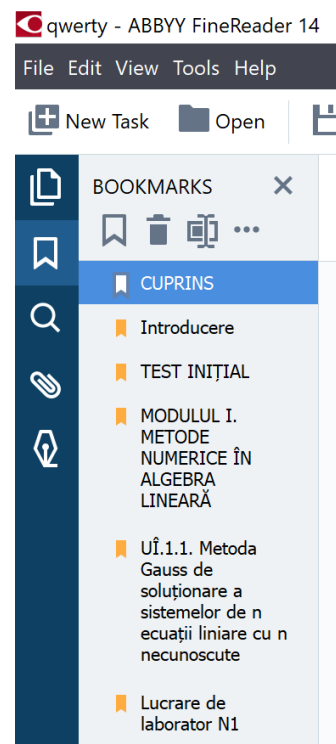
În partea stângă a suprafeței de lucru a aplicației Word se va afișa cuprinsul cursului; se poate naviga în curs efectuând click pe titlul necesar.



- În cazul în care ați efectuat modificări în textul cursului (ați inclus/omis informație) numărul paginilor nu va coincide cu cel inițial. Astfel, este necesar de actualizat cuprinsul. Pentru aceasta: afișați pagina care conține cuprinsul; faceți click-dreapta pe suprafața cuprinsului; alegeți *Update Field*; din caseta care apare puteți alege una din cele două opțiuni: *Update page numbers only* – modificarea doar a numărului paginii (se alege doar în cazul în care ați omis sau adăugat pagini); *Update entire table* – reinserarea cuprinsului integral (se alege în cazul în care au fost adăugate/omise pagini, inclusiv titluri noi);



- Așa cum, cursul digital se plasează în SMÎ pe unități de învățare separate, atunci, pentru simplitate și facilitarea accesului, se recomandă de a include un cuprins pentru fiecare unitate de învățare aparte. Includerea cuprinsului într-un document (fișier, curs) simplifică navigarea în cadrul documentului. Mai mult, fișierul DOCX salvat în format PDF păstrează această proprietate (este vorba strict de cuprins).
- Pentru a beneficia de un plan de navigare într-un fișier PDF se vor parcurge următorii pași:
  - (1) Deschidem fișierul în ABBYY FineReader;
  - (2) Selectăm titlul care dorim să-l adăugăm la planul de navigare;
  - (3) Din meniul *Edit* alegem *Add Bookmark*;
  - (4) Pentru a vizualiza planul de navigare, din meniul *View* alegem *Bookmarks*.



În anexa 1 este prezentat un model de curs digital.

## CREAREA BĂNCII DE ITEMI

Pentru realizarea evaluării vom ține cont de două dimensiuni importante corpul testului de evaluare și banca de itemi. *Corpul testului* conține un set de itemi de evaluare de diferite tipuri pe care studenții trebuie să le rezolve. *Banca de itemi* este o baza de date care conține itemi de evaluare grupați pe categorii. Pot fi create bănci de itemi pe module, unități de învățare, curs etc., sau orice alte scheme de organizare. Băncile de itemi pot fi refolosite în multiple teste, atât în cadrul unei discipline cât și în cadrul mai multor discipline/ program de studiu etc. Crearea băncilor de itemi este un proces important deoarece de calitatea itemilor creați depinde complexitatea și corectitudinea evaluării. În același timp, o bancă de itemi poate fi folosită pentru crearea: (1) testelor de evaluare, care, ulterior, vor fi imprimate și puse în fața studentului; (2) testelor de evaluare online; (3) testelor de evaluare care vor fi încorporate în cursuri digitale plasate în SMÎ.

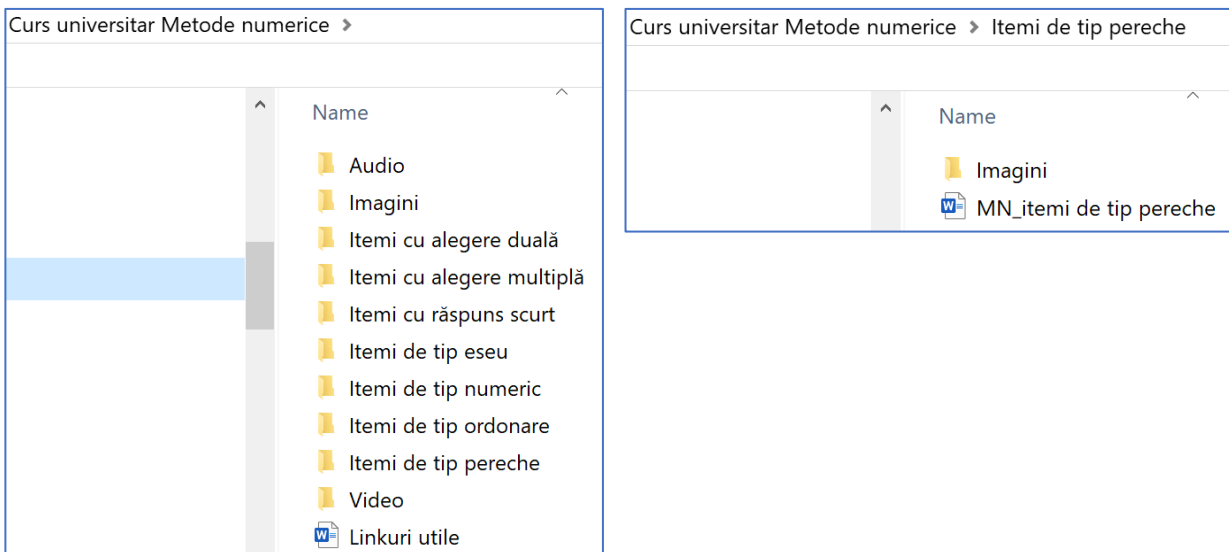
Inițial, vom clarifica tipul itemilor de evaluare din perspectiva unui SMÎ. Pentru crearea testelor de evaluare putem utiliza următoarele tipuri de itemi:

1. *itemi cu alegere multiplă (Multiple choice)* – plasează instruitul în situația de a alege răspunsul corect dintr-o listă de răspunsuri posibile; un subtip sunt itemii care cer alegerea unui singur răspuns corect din mai multe variante posibile; răspunsurile pot fi alese dintr-o listă afișată sau dintr-o listă derulantă (drop down);
2. *itemi cu alegere duală (true/false; da/nu; corect/incorect; acord/dezacord)*;
3. *itemi cu răspuns scurt (Short answer)* – solicită formabilului să formuleze un răspuns scurt (format dintr-un cuvânt sau o frază scurtă) sau să completeze o afirmație astfel încât aceasta să devină adevărată; pentru astfel de itemi este necesar ca sarcina să fie bine structurată, iar răspunsul solicitat de la student este strict limitat, ca spațiu, formă și conținut; de regulă, pentru acest tip de itemi este necesar de a include o listă de răspunsuri acceptabile;
4. *itemi de tip numeric* - aceasta este o întrebare cu răspuns scurt care acceptă o valoare de tip numeric;
5. *itemi de tip pereche (Matching)* - plasează instruitul în situația de a determina corespondența corectă dintre informațiile prezentate în două coloane, unde în prima coloană se includ elementele care constituie enunțul itemului numite premise, iar în a doua coloană sunt scrise elementele care reprezintă răspunsurile corecte; cu acest tip de itemi sunt similare și tipurile *Drag and drop matcing*, *Drag and drop Question*, *itemi de tip selectarea cuvintelor*, *glisează și poziționează* etc.;
6. *itemi cu răspuns scurt aleatoriu (Random short-answer matching)* – acest tip de itemi reprezintă un test în sine format din mai multe întrebări cu răspuns scurt (numărul de întrebări extrase este definit de evaluator);
7. *itemi de tip descriere (Description)* - se folosește pentru integrarea unui text în test; nu este o întrebare; se poate folosi pentru a introduce instrucțiuni intermediare în interiorul testului;

8. *itemi de tip calculat* – se aplică pentru verificarea corectitudinii efectuării calculelor pentru o expresie care poate fi plasată într-o imagine sau se poate conține în textul întrebării; acest tip de itemi propun studentului un set de valori care aparțin domeniului de definiție a expresiei propuse și cere de la formabil răspunsului numeric corect;
9. *itemi de tip eseu (Essay)* – cere introducerea unui text; acest tip de itemi subiectivi se notează manual de către evaluator; pentru astfel de itemi SMÎ nu oferă punctaj în mod automat;
10. *itemi de tip ordonare* – implică ordonarea unei liste de răspunsuri; enunțul itemului conține numere sau formulări text care trebuie ordonate fie după valoare sau după priorități;
11. *itemi cu răspunsuri integrate (Embedded answers)* - include în sine multe tipuri de itemi cum ar fi: itemi cu alegere multiplă, itemi cu răspuns scurt, itemi de tip numeric; la fel ca și itemii de tip *Random short-answer matching*, acest tip de itemi reprezintă un test în sine;
12. *teme pentru referate, proiecte etc.*; un SMÎ permite încărcarea de fișiere care sunt, de fapt, rapoarte privind realizarea lucrului individual, proiecte de grup sau individuale, referate, prezentări electronice, fișiere audio/video, imagini elaborate etc.



Într-un SMÎ (de exemplu MOODLE) pentru itemii de tipurile 6 și 11 modificarea unui item secundar (care face parte din acest item) nu poate fi realizată de sine stătător. În acest caz, editarea se va efectua în interiorul itemului principal, unde, inițial, se va identifica itemul secundar, apoi se vor opera modificările.



**Fig. 7. Structura unei bănci de itemi pentru un curs universitar**

Cele mai importante reguli indispensabile pentru crearea unui item de evaluare sunt: să fie formulat clar și fără ambiguități; să nu inducă răspunsul; să fie precizat un singur răspuns corect, exceptând itemii cu alegere multiplă; se recomandă ca răspunsul pentru un item să fie independent de ceilalți itemi.

*Cum creăm o bancă digitală de itemi?*


Se recomandă de a crea itemi de diferite tipuri. Pentru a simplifica lucrurile, se recomandă de a stoca informația într-un dosar cu structura specificată în figura 7. Dacă pentru crearea unui item sunt necesare informații suplimentare: imagini, informații audio/video, atunci se vor crea dosare separate pentru stocarea acestei informații.



Pentru a asigura o calitate bună a imaginilor, acestea se vor stoca în format JPEG, PNG etc., de rezoluție medie sau înaltă. Astfel, în coloana *Informații suplimentare* se va scrie numele fișierelor care conțin imagini.

Pentru crearea itemilor care includ enunțul, răspunsul (sau răspunsurile) corect, de regulă, se aplică un redactor textual, de exemplu MS Word. Este important să grupați întrebările după nivelul de complexitate/dificultate al lor (A – minim, B – mediu, C – avansat).

▪ *Itemi cu alegere duală*

Nr d/o	Enunț	a	b	Răspuns corect	Informație suplimentară
1.	Se considera ecuația $2x^3-x-1=0$ . Dorim să aflăm o soluție a ei pe intervalul $[0,2]$ . Putem aplica metoda biseției?	True	False	a	
2.	Soarele este o planetă.	True	False	b	
3.	Din categoria doctrinelor dictatoriale fac parte următoarele doctrine: liberale și neoliberales; conservatoare și neoconservatoare; social-democratice; social-creștine; democrat-creștine ș.a.	True	False	B	
4.	Acestea sunt portretele a doi pictori. 	True	False	A	van_gogh.png salvador_dali.png

▪ *Itemi cu alegere multiplă*

Informația se stochează în mod identic ca și în cazul itemilor cu alegere duală diferența fiind numărul de răspunsuri posibile.

▪ *Item cu răspuns scurt*

Se consideră o funcție definită tabelar:

x	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	...	x <sub>n</sub>
y	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	...	y <sub>n</sub>

și următorul algoritm de interpolare:


```
p:=0;
for i:=1 to n do
begin
  K:=1;
  for j:=1 to n do
    if j<>i then K:=K*(a-x[j])/(x[i]-x[j]);
  K:=K*y[i];
  p:=p+K;
end;
```

Identificați acest algoritm?

Răspuns:

Pentru crearea și stocarea acestui tip de itemi se poate aplica tabelul:

Nr d/o	Enunț	Răspunsuri acceptate	Informație suplimentară										
1.	<p>Se consideră o funcție definită tabelar:</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>x<sub>1</sub></td> <td>x<sub>2</sub></td> <td>...</td> <td>x<sub>n</sub></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>y<sub>1</sub></td> <td>y<sub>2</sub></td> <td>...</td> <td>y<sub>n</sub></td> </tr> </table> <p>și următorul algoritm de interpolare:</p> <pre>p:=0; for i:=1 to n do begin   K:=1;   for j:=1 to n do     if j&lt;&gt;i then       K:=K*(a-x[j])/(x[i]-x[j]);   K:=K*y[i];   p:=p+K; end;</pre> <p>Identificați acest algoritm?</p>	x	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	...	x <sub>n</sub>	y	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	...	y <sub>n</sub>	<p>LAGRANGE</p> <p>POLINOMUL LAGRANGE</p> <p>POLIMOMUL DE INTERPOLARE LAGRANGE</p> <p>INTERPOLAREA LAGRANGE</p>	
x	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	...	x <sub>n</sub>									
y	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	...	y <sub>n</sub>									

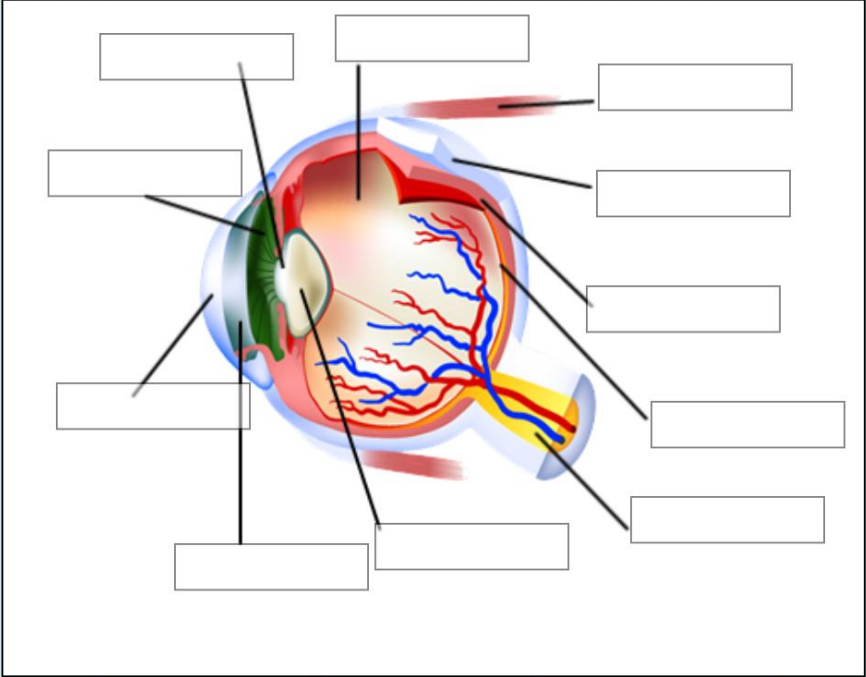
2.	Portretul cui este reprezentat în această imagine. Introduceți răspunsul cu majuscule. 	VINCENT VAN GOGH VAN GOGH PICTORUL VAN GOGH PICTORUL VINCENT VAN GOGH	van_gogh.png
----	---	--	--------------



În enunțul itemului se poate specifica modul de introducere a răspunsului corect (doar cu majuscule etc.) sau puteți include un disclaimer la începutul testului.

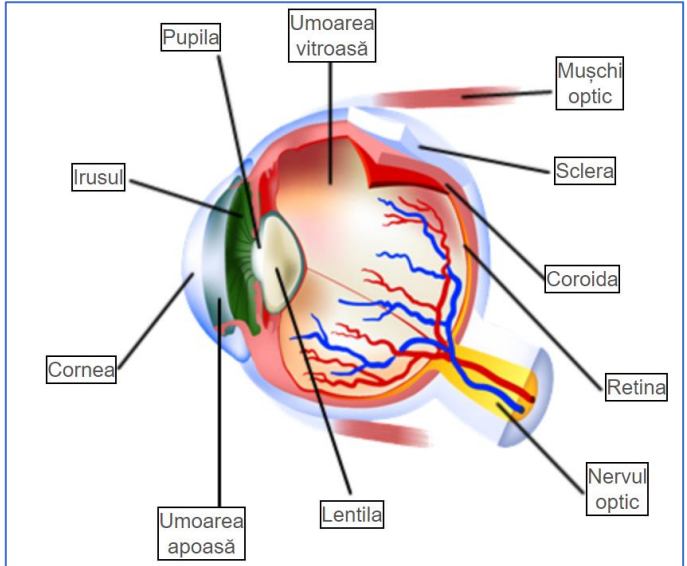

- *itemi de tip pereche (Matching)*
  - *itemi de tip Drag and Drop onto image*

Prin metoda Drag and Drop completați structura ochiului.



Pupila	Irusul	Cornea
Umoarea apoasă	Lentila	Nervul optic
Retina	Coroida	Sclera
Mușchi optic	Umoarea vitrosă	

Stocarea datelor pentru itemi de acest tip se poate realiza astfel:

Nr d/o	Enunț	Răspuns corect	Informație suplimentară
1.	Prin metoda Drag and Drop completați structura ochiului.		<p><a href="#">ochiul.png</a></p>  <p>Imaginea va include strict ochiul cu liniile negre. Dreptunghiurile unde se va plasa răspunsul corect, de regulă, este desenat de SMÎ.</p>

- *itemi de tip selectarea cuvintelor lipsă prin metoda sau drag and drop sau dint-o listă*

poate fi definit ca o putere  organizată a unui popor sau națiune sau a mai multor popoare sau națiuni, pe un anumit teritoriu, ce exercită funcții sociale utile în interesul societății și al binelui comun. Pentru prima dată termenul de stat s-a întâlnit în sintagma latină status civitas, care la romani însemna modul de guvernare a cetății. În antichitate se mai utilizau așa termeni ca: republică, imperiu, , polis. În Epoca Medievală se mai foloseau așa expresii ca: cnezat, voievodat,  etc.

statul  
 cetate  
 regat  
 politică  
 grup  
 populație  
 despotie  
 populară  
 democratică

PAGINA PRECEDENTĂ
ÎN
AREA ...

Dacă funcția  $f(x)$  este  pe segmentul  $[a,b]$  și ia valori  la capetele segmentului, iar derivata  $f'(x)$  își păstrează semnul pe segmentul  $[a,b]$ , atunci pe segmentul  $[a,b]$  există o rădăcină a ecuației  $f(x) = 0$  și această rădăcină este .

crescătoare

continuă

definită

de același semn

de semn opus

diferite

unică

multiplă

reală



Acest tip de itemi este similar cu itemii cu alegere multiplă, diferența fiind plasarea cuvintelor direct în interiorul unui text sau a unei definiții/ afirmații.

Pentru acest tip de itemi informația se va organiza în felul următor:

Nr d/o	Enunț	Răspuns corect
1.	Completați textul cu cuvintele lipsă.	<b>Statul</b> poate fi definit ca o putere <b>politică</b> organizată a unui popor sau națiune sau a mai multor popoare sau națiuni, pe un anumit teritoriu, ce exercită funcții social utile în interesul societății și al binelui comun. Pentru prima dată termenul de stat s-a întâlnit în sintagma latină status civitas, care la romani însemna modul de guvernare a cetății. În antichitate se mai utilizau așa termeni ca: republică, imperiu, <b>despotie</b> , polis. În Epoca Medievală se mai foloseau așa expresii ca: cnezat, voievodat, <b>regat</b> etc.
2.	Completați definiția cu cuvintele lipsă.	Dacă funcția $f(x)$ este <b>continuă</b> pe segmentul $[a,b]$ și ia valori <b>de semn opus</b> la capetele segmentului, iar derivata $f'(x)$ își păstrează semnul pe segmentul $[a,b]$ , atunci pe segmentul $[a,b]$ există o rădăcină a ecuației $f(x) = 0$ și această rădăcină este <b>unică</b> .

- itemi de tip pereche

Se consideră mulțimea  $\{1,7,5,16,12\}$ . Se generează prin metoda backtracking toate submulțimile sale formate din exact 3 elemente. Aranjați soluțiile de mai jos în ordinea generării lor.

Soluția 1

Soluția 2

Soluția 3

Soluția 4

Nr d/o	Enunț	Răspuns corect
1.	Se consideră mulțimea $\{1,7,5,16,12\}$ . Se generează prin metoda backtracking toate submulțimile sale formate din exact 3 elemente. Aranjați soluțiile de mai jos în ordinea generării lor.	Soluția 1 – $\{1,16,12\}$ Soluția 2 – $\{7,5,16\}$ Soluția 3 – $\{7,5,12\}$ Soluția 4 – $\{5,16,12\}$

▪ *itemi de tip eseu*

Eul liric: ce este și care sunt caracteristicile sale într-o operă literară?

Scrieți răspunsul în spațiul de mai jos.

↵ A ▾ B I
☰ ☷ ☹ ☺
🔗 🔄
😊 🖼️

Translate the Abraham Lincoln Gettysburg speech. Write the answer in the box below.



↵ A ▾ B I
☰ ☷ ☹ ☺
🔗 🔄
😊 🖼️



Pentru itemii de tip eseu este bine de creat o listă de întrebări la care studentul va scrie răspunsul. Răspunsul studentului poate fi introdus în caseta alăturată sau poate fi atașat sub formă de fișier de un anumit tip (SMÎ permite atașarea mai multor fișiere de diferite tipuri), inclusiv scrierea de mână a răspunsului urmat de scanarea răspunsului în format PDF sau imagine și atașarea acestuia în SMÎ. De exemplu, dacă solicităm soluția unei probleme matematice,

care include o mulțime de formule de calcul, este bine să cerem atașarea fișierului cu calculele manuale. În acest caz, este necesară prezența dispozitivelor de scanare sau foto.

Informația se va stoca în tabelul:

<b>Nr d/o</b>	<b>Enunț</b>	<b>Informație suplimentară</b>
1.	Eul liric: ce este și care sunt caracteristicile sale într-o operă literară? Scrieți răspunsul în spațiul de mai jos.	
2.	Translate the Abraham Lincoln Gettysburg speech. Write the answer in the box below.	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=9TCMHVmNc5w">https://www.youtube.com/watch?v=9TCMHVmNc5w</a> În acest caz, trebuie să asigurăm studentului căști și microfon. Putem solicita studentului să înregistreze traducerea și s-o atașeze în SMÎ.

## CONCLUZII

În era digitală, rapid evolutivă, transformarea continuă a metodelor de predare și învățare devine esențială pentru a răspunde nevoilor și așteptărilor studenților. Cursurile digitale au devenit un instrument important în acest sens, oferind numeroase beneficii și contribuind semnificativ la dezvoltarea abilităților studenților.

Unul dintre avantajele majore ale cursurilor digitale este accesibilitatea sporită. Prin intermediul platformelor online și a resurselor digitale, studenții pot accesa conținutul de învățare în orice moment și de oriunde, eliminând barierele geografice și temporale. Această flexibilitate se dovedește a fi esențială, permițând studenților să își organizeze în mod eficient timpul și să se adapteze la ritmul propriu de învățare.

De asemenea, cursurile digitale contribuie la diversificarea metodelor de predare. Prin utilizarea tehnologiilor interactive, precum platformele de e-Learning, simulările și aplicațiile educaționale, cadrele didactice pot oferi experiențe de învățare mai captivante și interactive. Aceste metode stimulează participarea activă a studenților și îi încurajează să își dezvolte abilitățile de gândire critică, rezolvare a problemelor și colaborare.

În contextul cursurilor digitale, feedback-ul instantaneu devine o componentă majoră. Instrumente precum evaluările online și platformele de comunicare permit profesorilor să ofere feedback imediat asupra performanțelor studenților. Acest aspect nu numai că îmbunătățește procesul de învățare, dar și dezvoltă capacitatea studenților de a se autoevalua și a-și îmbunătăți continuu abilitățile.

Pe lângă beneficiile evidente pentru studenți, instituțiile de învățământ superior beneficiază și ele de digitalizarea procesului de studii. Administrarea mai eficientă a resurselor, colectarea datelor relevante pentru evaluarea performanțelor și adaptarea constantă la schimbările tehnologice reprezintă doar câteva dintre aspectele care contribuie la consolidarea reputației instituționale.

În concluzie, cursurile digitale au devenit un element esențial în peisajul educațional al instituțiilor de învățământ superior. Ele aduc flexibilitate, diversitate, interacțiune și actualizare constantă, contribuind semnificativ la o experiență educațională mai accesibilă, dinamică și adaptată nevoilor studenților din secolul XXI.

## BIBLIOGRAFIE

1. UNESCO International Bureau of Education. Glossary of Curriculum Terminology. UNESCO-IBE, September 2013, 65 p. IBE/2013/KPM/PI/01. Online: <http://www.ibe.unesco.org/sites/default/files/resources/ibe-glossary-curriculum.pdf>
2. Biroul Național de Statistică din Republica Moldova. Online: <https://statistica.gov.md/pageview.php?l=ro&idc=351&id=2269>
3. Азимов Э. Г., Щукин А. Н. Новый словарь методических терминов и понятий (теория и практика обучения языкам). Москва: Издательство ИКАР, 2009. 448 с. ISBN 978-5-7974-0207-7.
4. Corlat S., Karlsson G., Braicov A. ș.a. Metodologia utilizării Tehnologiilor Informaționale și de Comunicație în învățământul superior. Chișinău: UST, 2011. 204 p.
5. Boar B.H. The Art of Strategic Planning for Information Technologies. 2nd edition. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001. 343 p. ISBN 0-471-37655-8. <http://old.shahed.ac.ir/references/1.ArtofITStrategicPlanning.pdf>
6. Бобров А. В. Новые информационные технологии: некоторые гуманитарные аспекты. În: Правовые вопросы связи, Nr. 2, 2008. с.16-18.
7. Globa A. Metodologia implementării noilor Tehnologii Informaționale în procesul de studiere a disciplinei universitare „Tehnici de programare”. Chișinău: Universitatea de Stat din Tiraspol, 2018. 172 p. ISBN 978-9975-76-236-6.
8. European Commission - Directorate General for Education and Culture. European Report on the Quality of School Education. Sixteen Quality Indicators. Report based on the work of the Working Committee on Quality Indicators, may 2000. <http://aei.pitt.edu/42406/1/A6503.pdf>
9. Formarea universitară în medii digitale: cercetări teoretico-experimentale. Omagiu doctorului habilitat în pedagogie, profesorului universitar Ilie Lupu. Universitatea „Alecru Russo” din Bălți. Bălți: Presa universitară bălțeană, 2015. 278 p.
10. Anohina A. Analysis of the terminology used in the field of virtual learning. În: Educational Technology & Society, 8 (3), 2005. p.91-102. [http://www.ifets.info/journals/8\\_3/9.pdf](http://www.ifets.info/journals/8_3/9.pdf)
11. Bonk C., Graham C. Handbook of blended learning: Global perspectives, local designs. San Francisco: CA Pfeiffer, 2006. 624 p.
12. Zimmerman B. J. Attaining self-regulation: A social cognitive perspective. În: Boekaerts M., Pintrich P. R., Zeidner M. (Eds.). Handbook of self-regulation. San Diego, CA: Academic Press, 2000. p. 451-502.

13. Malone Th.W., Lepper M. R. Making Learning Fun: A Taxonomy of Intrinsic Motivations for Learning. În: Snow R., Farr M. J. (Ed). Aptitude, Learning, and Instruction. Volume 3: Conative and Affective Process Analyses. Hillsdale, NJ :Erlbaum, 1987. p. 223-253.
14. ICT enhanced learning. Eds. Rutkauskiene D., Suk O., Gudoniene D. Kharkiv: Planeta Print, 2017. 312 p. ISBN 978-617-7229-73-4.  
Braicov A., Corlat S., Globa A., Stah D., Karlson G., Hellström. Case 4. ICT in enhanced learning: how to use ICT, p. 151 – 192.
15. Albeanu G., Gherasim Z., Andronie M. Tehnologii de comunicație, multimedia și elearning în educație. Note de curs. Biblioteca virtuală a Universității Spiru Haret, România, 2014.
16. Gasnaș A. Metodologia implementării Sistemelor de Management al Învățării în procesul de studiu al Programării Orientate pe Obiecte. Chișinău: Universitatea de Stat din Tiraspol, 2019. 176 p.
17. Chiriac T. Instruirea asistată de calculator: metode de implementare. UPS „Ion Creangă”, Chișinău. 2015, 176 p.
18. Smith Nash S. Moodle 4 E-Learning Course Development. Fifth Edition. Publisher: Packt Publishing, 2022. 436 p.

## ANEXĂ. MODEL DE CURS DIGITAL

### CUPRINS

<b>INTRODUCERE</b> .....	3
<b>TEST INIȚIAL</b> .....	7
<b>MODULUL I. MODELARE MATEMATICĂ ȘI ERORI DE CALCUL. PROPAGAREA ERORILOR</b> .....	8
<b>MODULUL III. REZOLVAREA SISTEMELOR DE ECUAȚII LINIARE</b> .....	10
U.Î. 3.1. Metoda Gauss de soluționare a sistemelor de $n$ ecuații liniare cu $n$ necunoscute.....	10
Lucrare de laborator № 3.1.....	11
Model de raport 3.1.....	12
Test de evaluare .....	13
U.Î. 3.2. Metoda elementelor principale.....	14
Lucrare de laborator № 3.2.....	15
Model de raport 3.2.....	16
Test de evaluare .....	17
U.Î. 3.3. Soluționarea sistemelor de $n$ ecuații liniare cu $n$ necunoscute după formulele lui Cramer.....	18
Lucrare de laborator № 3.3.....	19
Model de raport 3.3.....	20
Test de evaluare .....	21
U.Î. 3.4. Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare prin factorizare. Factorizarea Doolittle. Factorizarea Crout. Factorizarea Cholesky.....	22
Lucrare de laborator № 3.4. Sisteme de $n$ ecuații liniare cu $n$ necunoscute. Factorizarea LU (Crout și Doolittle). Factorizarea Cholesky.....	47
Model de raport 3.1.....	53
Test de evaluare .....	65
U.Î.3.5. Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare prin factorizare. Factorizarea QR. Metoda Rutishauser .....	66
Lucrare de laborator № 3.5.....	70
Model de raport 3.5.....	71
Test de evaluare .....	72
U.Î.3.6. Metode iterative de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare. Metoda Jacobi. Metoda Gauss-Seidel.....	73
Lucrare de laborator № 3.6.....	74
Model de raport 3.6.....	75
Test de evaluare .....	76
<b>Rezumat</b> .....	77
<b>Test de autoevaluare</b> .....	78
<b>MODULUL X. REZOLVAREA APROXIMATIVĂ A ECUAȚIILOR ÎN DERIVATE PARȚIALE</b> .....	80
<b>BIBLIOGRAFIE</b> .....	81
<b>ANEXE</b> .....	82
Anexa 1. Proceduri MAPLE în soluționarea sistemelor de ecuații liniare. Pachetul LINALG .....	82
Anexa 2. ....	86
Anexa 20. ....	87

## INTRODUCERE

Importanța studierii metodelor numerice este fundamentală, având un impact semnificativ asupra rezolvării problemelor practice și asupra progresului tehnologic. Aceste metode furnizează instrumente esențiale pentru analiza și rezolvarea problemelor complexe, oferind soluții eficiente și precise în domenii precum matematică aplicată, fizică, inginerie, informatică etc.

În primul rând, metodele numerice permit abordarea problemelor matematice și fizice complexe care nu pot fi rezolvate analitic. Prin utilizarea calculatoarelor și a algoritmilor, aceste metode oferă soluții aproximative, dar adesea foarte precise, pentru ecuații diferențiale, integrale și alte probleme matematice avansate. Astfel, ele extind capacitatea umană de a aborda și înțelege fenomenele complexe din lumea reală (naturale și artificiale).

În domeniul ingineriei, metodele numerice sunt esențiale pentru simularea și analiza comportamentului sistemelor complexe. De exemplu, în proiectarea structurilor, acestea pot fi folosite pentru a evalua rezistența materialelor sau pentru a simula comportamentul fluidelor în ingineria aeronautică. Prin modelarea matematică și simularea numerică, inginerii pot optimiza designul și performanța sistemelor înainte de a le implementa fizic.

De asemenea, în științele computaționale, metodele numerice joacă un rol important în rezolvarea problemelor ce implică cantități mari de date și calcule complexe. În analiza datelor, acestea sunt folosite pentru a extrage modele și tendințe din seturile de date masive, contribuind la înțelegerea fenomenelor complexe, precum schimbările climatice sau comportamentul sistemelor economice.

În final, studiul metodelor numerice permite instruiților să aplice concepte matematice în rezolvarea problemelor practice, să analizeze și să interpreteze rezultatele obținute, să utilizeze tehnici de programare pentru implementarea acestor algoritmi.



Unitatea de curs „Metode numerice” este un curs de specializare, care contribuie la formarea competențelor cognitive care țin de conceptele și rezultatele de bază ale metodelor numerice, și vor fi aplicate în elaborarea de modele matematice și proiectarea de algoritmi eficienți pentru rezolvarea problemelor cu caracter aplicativ din matematică, fizică, chimie, ecologie etc. Cursul „Metode numerice” este axat pe sporirea nivelului de cultură matematică și informatică nu doar prin realizarea modelului matematic pentru o problemă din viața cotidiană aplicând algoritmi numerici, dar și implementarea acestora într-un limbaj de programare. Acest curs reprezintă o precondiție pentru formarea profesională ulterioară în cadrul cursurilor: Analiza datelor și Machine Learning; Big Date; Algoritmi genetici; Dezvoltarea de software; Simulări științifice; Analiză, statistică (financiară/ economică); Procesarea semnalelor și comunicații etc.



**Obiectivul general al disciplinei:** Însușirea cunoștințelor fundamentale din domeniul analizei numerice și utilizarea acestora la rezolvarea problemelor practice.

**Obiective specifice:**

a) *La nivel de cunoaștere:*

1. să cunoască noțiunile de model, modelare matematică, erori de calcul, propagare a erorilor, depistarea erorilor;
2. să cunoască metodele numerice pentru rezolvarea numerică a ecuațiilor;
3. să cunoască metodele numerice pentru rezolvarea numerică a sistemelor de ecuații;
4. să cunoască metodele numerice pentru interpolarea și aproximarea funcțiilor;
5. să cunoască metodele de integrare numerică;
6. să cunoască metodele numerice pentru rezolvarea numerică a ecuațiilor diferențiale;
7. să cunoască metodele numerice pentru rezolvarea numerică a ecuațiilor în derivate parțiale;
8. să cunoască metode numerice pentru soluționarea problemei programării liniare.

b) *La nivel de abilitare:*

1. să identifice noțiunile și metodele adecvate unei probleme concrete;
2. să găsească soluția pentru tipul de problemă din domeniul metodelor numerice pe care îl are de rezolvat;
3. să implementeze pe calculator problemele din domeniul analizei numerice pe care îl are de rezolvat;

c) *La nivel de atitudine:* să argumenteze importanța instrumentelor din domeniul calculului numeric în abordarea modelării și rezolvării unor probleme reale.



**Competențe dezvoltate în cadrul cursului:**

1. *Competențe profesionale:* (CP1) operarea cu noțiuni științifice ale matematicii, informaticii și utilizarea acestor noțiuni în comunicarea profesională; (CP2) elaborarea modelelor pentru descrierea fenomenelor și proceselor din viața reală; (CP3) identificarea problemei și parcurgerea tuturor etapelor de rezolvare a unei probleme (crearea modelului matematic, proiectarea, elaborarea, analiza algoritmului) prin aplicarea metodelor numerice; (CP4) programarea, dezvoltarea și mentenanța aplicațiilor informatice, axate pe aplicarea metodelor numerice, în limbaje de nivel înalt; (CP5) prelucrarea datelor aplicând metodele numerice, analiza și interpretarea lor; (CP6) definirea conceptelor, teoriilor, metodelor și principiilor de bază a metodelor numerice și integrarea cunoștințelor în activitatea profesională

2. *Competențe transversale:* (CT1) aplicarea regulilor de muncă asiduă și eficientă, manifestarea unor atitudini responsabile față de domeniul științific și didactic, pentru valorificarea optimă și creativă a propriului potențial în situații specifice, cu respectarea principiilor și a normelor de etică profesională; (CT2) implicarea și participarea activă în cadrul activităților de lucru în echipă; (CT3) utilizarea eficientă a resurselor digitale (limbaje de programare, softuri specializate, resurse web, SMÎ etc.) atât în limba română, cât și într-o limbă de circulație internațională.



**Finalități de studii:** La finalizarea studierii unității de curs studentul va fi capabil:

- să elaboreze modelul matematic al unei probleme din viața cotidiană;
- să identifice și să evalueze erorile de calcul;
- să explice prin exemple și să aplice metodele numerice de rezolvare a ecuațiilor neliniare și a sistemelor de ecuații liniare/ neliniare;
- să analizeze rezultatele experimentale ce descriu o dependență funcțională de o singură variabilă și să aplice metodele numerice pentru obținerea expresiei analitice ale funcției definite tabelar sau grafic;
- să explice prin exemple și să aplice calculul integralei definite;
- să explice prin exemple și să aplice interpolarea și aproximarea funcțiilor;
- să interpreteze matematic diverse procese cotidiene care se descriu prin ecuații diferențiale sau ecuații în derivate parțiale și să rezolve aceste ecuații aplicând metodele numerice studiate;
- să explice prin exemple problema programării liniare și să aplice metodele studiate pentru soluționarea acestora;
- să aplice metodele numerice la soluționarea problemelor practice;
- să elaboreze algoritmi într-un limbaj de programare/ soft-uri specializate pentru soluționarea problemelor examinate prin metode numerice de calcul;
- să integreze cunoștințele obținute în procesul de studiu al altor unități de curs.



**Precondiții:**

1. *de curriculum:* Complemente de matematică elementară, Calcul diferențial și integral, Mulțimi și structuri algebrice, Geometria analitică în plan și spațiu, Algebra liniară, Serii și ecuații diferențiale, Sisteme de operare și arhitectura calculatorului, Limbaje de programare (cel puțin una din disciplinele: Fundamentele programării, Programarea în limbaje de nivel mediu, Programare vizuală, Programarea Orientată pe Obiect, Programare Java), Structuri de date și algoritmi, Tehnici de programare.

2. *de competențe*: Cunoștințe elementare de analiză matematică, algebră, geometrie; abilități de rezolvare a problemelor și de elaborare a algoritmilor; să cunoască caracteristicile de bază și sintaxa unui limbaj de programare (Pascal, C/C++, Java, Python etc.); cunoștințe și abilități referitor la aplicarea structurilor de date și scrierea de cod; cunoștințe și abilități de aplicare a soft-urilor specializate MS Excel, MAPLE, Wolfram Mathematica.



**Disciplinele conexe la acest curs:** Algoritmi genetici; Testarea produselor program, Prelucrarea statistică a informației psihopedagogice; Tehnologii de creare a software pentru evaluarea cunoștințelor etc.



**Resurse digitale:** laborator digital dotat cu calculatoare sau Notebook-uri, tabla interactivă, softul SMART Notebook, softul MAPLE, softul Wolfram Mathematica, softul MS Excel, limbaje de programare (Pascal, C/C++, Java, Python etc.), SMÎ MOODLE, Aplicații Google (Google Classroom, Meet, Drive, Docs), conexiune Internet.



**Structura cursului:** Cursul este structurat în 10 module care includ 35 de unități de învățare. Pentru fiecare unitate de învățare se propune o lucrare de laborator însoțită de un model de raport pentru lucrarea de laborator. De asemenea, după fiecare UÎ se propune un test de evaluare, iar la finele fiecărui modul este un test de evaluare și un test de autoevaluare. Notele curente vor fi constituite din notele obținute la testele de evaluare după fiecare UÎ. Lucrul individual va consta din rapoartele pentru fiecare lucrare de laborator. Pe parcursul semestrului vor fi două evaluări sumative. Media notelor de la evaluările sumative, evaluările curente vor constitui 50% din nota finală. Nota la evaluarea finală (examen) va constitui 50% din nota finală. Pentru a fi admis la la evaluarea finală (examen), studentul trebuie să prezinte 70% din rapoartele pentru lucrul individual, media notelor la evaluările curente  $\geq 5$ , notele la evaluările sumative  $\geq 5$ .



S1.05.O.042. Metode numerice							
Total ore			Număr de ore per semestru			Forma de evaluare	Nr. credite
Total	Direct	Individual	Curs	Seminar	Laborator		
150	75	75	45	-	30	Examen	5

\* Pentru 35 UÎ se alocă 75 de ore de lucru individual.

## TEST INIȚIAL



Subiectul 1. Calculați derivata funcției:

$$f(x) = \ln \frac{\sin^2(x^2 - 7x + 4)}{\sqrt[5]{\operatorname{tg}(7(2x+8)^2 - 5x)}}$$

Subiectul 2. Calculați integrala funcției:

a)  $\int \frac{x}{\sqrt{5x^2+2}} dx$

b)  $\int 3^{x+1} \cdot 9^x dx$

c)  $\int \frac{-x+5}{x^2+x-2} dx$

d)  $\int \frac{(x+1)}{\sqrt{4-9x^2}} dx$

Subiectul 3. Definiți tipurile de ecuații diferențiale.

Subiectul 4. Scrieți definiția funcției continue, crescătoare, descrescătoare.

Subiectul 5. Scrieți definițiile de corp, inel, buclă. Dați exemple.

Subiectul 6. Fie date matricile pătrate  $A$  și  $B$ . Scrieți un program (Pascal, C/C++, Java, Python) pentru calcularea sumei și produsul lor.

Subiectul 7. Rezolvați subiectul 6 aplicând MS Excel și MAPLE.

**U.Î. 3.4. Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare prin factorizare. Factorizarea Doolittle. Factorizarea Crout. Factorizarea Cholesky**

**Factorizarea LU**

La aceste metode idea de bază este să factorizăm, să descompunem matricea sistemului liniar într-un produs de două matrice cu „structura” mai simplă.

Fie sistemul compatibil determinat  $Ax = b$ . (1) Factorizarea LU presupune descompunerea matricei  $A$  într-un produs de matrice  $L \cdot U$ , unde  $L$  este o matrice inferior triunghiulară, iar  $U$  este o matrice superior triunghiulară, respectiv:

$$L = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & 0 & \dots & 0 \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & \dots & \lambda_{nn} \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \dots & \mu_{1n} \\ 0 & \mu_{22} & \dots & \mu_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \mu_{nn} \end{pmatrix} \quad (2)$$

În urma acestei descompuneri avem de calculat:

- pentru matricea  $L$ ,  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n^2 + n}{2}$  necunoscute ( $\lambda_y$ );
- pentru matricea  $U$ ,  $n + (n - 1) + \dots + 2 + 1 = \frac{n^2 + n}{2}$  necunoscute ( $\mu_y$ );
- în total,  $n^2 + n$  necunoscute.

Pentru ca această descompunere să fie unică, luăm sau diagonala principală a lui  $U$ , sau diagonala principală a lui  $L$  egală cu unu. Dacă  $\lambda_{ii} = 1$  atunci factorizarea LU se numește factorizare Doolittle. Dacă  $\mu_{ii} = 1$  atunci factorizarea LU se numește factorizare Crout.



În continuare prezentăm un algoritm de determinare a elementelor  $\lambda_y$  din  $L$  și  $\mu_y$  din  $U$ , pas cu pas:

**pas 1:** se determină  $\mu_{11} : 1 \cdot \mu_{11} = a_{11}$ ;

**pas 2:** se dermină  $\lambda_{21}, \lambda_{31}, \dots, \lambda_{n1}$  :

Menționăm că, descompunerea  $LU$  are loc și într-un caz mai general, când se cere numai ca matricea  $A$  să fie inversabilă. Într-adevăr,  $\det(A) = D_n = \mu_{11} \cdot \mu_{22} \cdot \dots \cdot \mu_{nn} \neq 0$  implică  $\mu_{ii} \neq 0$  pentru  $i = \overline{1, n}$ . În general, când efectuăm descompunerea  $LU$  se poate întâmpla să fie necesar de a schimba între ele două linii sau două coloane ale matricei  $A$  pentru a avea  $\mu_{ii} \neq 0$ .

Soluționarea sistemului (1) se reduce la soluționarea sistemelor triunghiulare  $Ly = b$ , cu soluția

$$\begin{cases} y_1 = \frac{b_1}{\lambda_{11}} \\ y_i = \left( b_i - \sum_{j=1}^{i-1} \lambda_{ij} y_j \right) \cdot \frac{1}{\lambda_{ii}}, i = 2, 3, \dots, n \end{cases}$$

și  $Ux = y$  cu soluția

$$\begin{cases} x_n = \frac{y_n}{\mu_{nn}} \\ x_i = \left( y_i - \sum_{j=i+1}^n \mu_{ij} x_j \right) \cdot \frac{1}{\mu_{ii}}, i = 2, 3, \dots, n \end{cases}$$



**Exemplul 1.** Aplicând factorizarea  $LU$  să se determine soluția următorului sistem de

ecuații: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

*Rezolvare:*

1. Scriem sistemul sub forma  $Ax = b$ , unde  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$   $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$   $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

2. Calculăm valoarea determinanților de colț și a determinantului principal a matricei  $A$ :

$$dI = 1$$

$$L := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

$$b := [2, 1, 5]$$

$$y := [2, -3, 1]$$

$$U * x = y$$

$$U := \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y := [2, -3, 1]$$

$$x := [1, 2, 1]$$



### Algoritm

*Date de intrare* – un sistem de ecuații;

*Date de ieșire* – soluția sistemului;

Algoritmul respectiv include următoarele etape:

1. generarea matricei  $A$  și a vectorului  $b$ .  $n$  – indică numărul de linii a sistemului.

2. **Factorizarea Crout**

pentru  $i = 1..n$  avem  $\mu_{ii} = 1$

pentru  $i = 1..n$  și  $j = 1..i$  avem  $\lambda_{ij} = a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} \lambda_{ik} * \mu_{kj}$

pentru  $j = i+1..n$  avem  $\mu_{ij} = \frac{1}{\lambda_{ii}} * \left( a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} \lambda_{ik} * \mu_{kj} \right)$

3. **Factorizarea Doolittle**

pentru  $i = 1..n$  avem  $\lambda_{11} = 1$

pentru  $i = 1..n$  și  $j = 1..i-1$  avem  $\lambda_{ij} = \frac{1}{\mu_{jj}} * \left( a_{ij} - \sum_{k=1}^i \lambda_{ik} * \mu_{kj} \right)$

pentru  $j = i..n$  avem  $\mu_{ij} = a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} \lambda_{ik} * \mu_{kj}$

#### 4. Rezolvarea sistemelor triunghiulare

$y_1 = \frac{b_1}{\lambda_{11}}$ , pentru  $i = 2..n$  avem  $y_i = \left( b_i - \sum_{j=1}^{i-1} \lambda_{ij} * y_j \right) * \frac{1}{\lambda_{ii}}$

$x_n = \frac{y_n}{\mu_{nn}}$ , pentru  $i = 2..n$  avem  $x_i = \left( y_i - \sum_{j=i+1}^n \mu_{ij} * x_j \right) * \frac{1}{\mu_{ii}}$



**Exemplul 2.** Să se determine soluția următorului sistem de ecuații, folosind factorizarea LU:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

Scriem sistemul sub forma  $Ax = b$ , unde  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$   $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$   $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

Calculăm valoarea determinantilor de colț și a determinantului principal a matricei A:

```
with(linalg):
```

```
d1:=1;
```

$d1 = 1$

```
d2:=matrix(2,2,[1,1,2,-1]):
```



**Exemplul 3.** Să se scrie o procedură MAPLE pentru soluționarea sistemelor de ecuații liniare prin metoda factorizării LU.

#### Procedura LUcrouit

```
LUcrouit := proc(A::matrix)
local a1, n, l, u, i, s, j, k;
  n := rowdim(A);
  a1 := A;
  if a1[1, 1] = 0 then ERROR('Factorizarea', 'LU', 'v', 'este', 'aplicata') end if;
  for i from n by -1 to 2 do
    if det(a1) ≠ 0 then a1 := delrows(delcols(a1, i..i), i..i)
    else ERROR('Factorizarea', 'LU', 'v', 'este', 'aplicata')
    end if
  end do;
  l := matrix(n, n, 0);
  u := matrix(n, n, 0);
  for i to n do u[i, i] := 1 end do;
  for i to n do
    for j to i do
      s := 0;
      for k to j - 1 do s := s + l[i, k] × u[k, j] end do;
      l[i, j] := A[i, j] - s
    end do;
    for j from i + 1 to n do
      s := 0;
      for k to i - 1 do s := s + l[i, k] × u[k, j] end do;
      u[i, j] := (A[i, j] - s) / l[i, i]
    end do
  end do;
  RETURN(evalm(l), evalm(u))
end proc
```

*Lucrare de laborator № 3.4. Sisteme de n ecuații liniare cu n necunoscute. Factorizarea LU (Crout și Doolittle). Factorizarea Cholesky*

**Subiectul 1.** Să se rezolve sistemul de ecuații prin metoda factorizării LU (Crout și Doolittle) utilizând MAPLE sau MS Excel:

$$1) \quad A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 4 & -3 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad X = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} -4 \\ 6 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$2) \quad A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 4 & -3 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad X = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 10 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$3) \quad A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & -3 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad X = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 10 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$4) \quad A = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 & -3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad X = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 11 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$5) \quad A = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 & -3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad X = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{vmatrix}$$

*Model de raport 3.1.*

**Subiectul 1.** Să se rezolve sistemul de ecuații prin metoda factorizării *LU* (Crout și Doolittle) utilizând MAPLE sau MS Excel:

$$A = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad X = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} -2 \\ -1 \\ -7 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Verificăm valoarea determinantilor de colț:

$$D_1 = \begin{vmatrix} -1 \end{vmatrix} = -1$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 6$$

$$D_4 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 18$$

**Concluzie:** Factorizarea LU poate fi aplicată

**Subiectul 2.** Să se scrie un program pentru soluționarea unui sistem de  $n$  ecuații liniare cu  $n$  necunoscute prin metoda factorizării  $LU$  (Crout și Doolittle). *Datele de intrare* sunt: matricea sistemului  $A$  și coloana termenilor liberi  $B$ . *Datele de ieșire* vor fi stocate într-un fișier text (determinanții de colț și valoarea lor, matricele  $L$  și  $U$ , vectorul intermediar  $Y$ , soluția sistemului  $X$ ).

```

Program p1;
uses crt;
label 1;
type matrice=array[1..20,1..20] of real;
      vector=array[1..20] of real;
var a,l,u:matrice;
    b,x,y:vector; i,j,n,k1:byte;dd:real;
    f:text;
Procedure Init;
begin
write('Introdu n=');readln(n);writeln(f,'n=',n);
writeln('Introdu elementele matricei A:');
for i:=1 to n do
for j:=1 to n do
begin
write('a[' ,i ,', ' ,j ,']=');
readln(a[i,j]);
end;
writeln('Introdu coloana termenilor liberi, B:');
for i:=1 to n do
begin
write('b[' ,i ,']=');
readln(b[i]);
end;
writeln(f,'Datele initiale:');
for i:=1 to n do
begin
write(f,'| ');
for j:=1 to n do
write(f,a[i,j]:6:2);
writeln(f,' |', ' |x',i,'|', ' |',b[i]:6:2,'|');
end;
end;

Function Determinant(q:byte):real;
var temp,det:real;t:boolean;iv,x,f:byte;
    h:matrice;
begin
det:=1;h:=a;
for j:=1 to q-1 do
begin
iv:=j;
t:=true;
while (iv<=n) and t do
if h[iv,j]=0 then iv:=iv+1
else t:=false;

```

54

Soluții:

```
n=4
Datele initiale:
| -1.00 0.00 3.00 1.00 | |x1| | -2.00|
| 1.00 1.00 -1.00 1.00 | |x2| | -1.00|
| -1.00 2.00 1.00 4.00 | |x3| | -7.00|
| 1.00 -1.00 1.00 1.00 | |x4| | 1.00|
Valoarea determinantilor de colt:
| -1.00 |
D1= -1.00
Valoarea determinantilor de colt:
| -1.00 0.00 |
| 1.00 1.00 |
D2= -1.00
Valoarea determinantilor de colt:
| -1.00 0.00 3.00 |
| 1.00 1.00 -1.00 |
| -1.00 2.00 1.00 |
D3= 6.00
Valoarea determinantilor de colt:
| -1.00 0.00 3.00 1.00 |
| 1.00 1.00 -1.00 1.00 |
| -1.00 2.00 1.00 4.00 |
| 1.00 -1.00 1.00 1.00 |
D4= 18.00

Factorizarea Crout:
Matricea U este:
1.00 0.00 -3.00 -1.00
0.00 1.00 2.00 2.00
0.00 0.00 1.00 0.17
0.00 0.00 0.00 1.00
Matricea L este:
-1.00 0.00 0.00 0.00
1.00 1.00 0.00 0.00
-1.00 2.00 -6.00 0.00
1.00 -1.00 6.00 3.00
Vectorul intermediar Y:
2.00 -3.00 -0.17 -1.00
Solutia X:
1.00 -1.00 0.00 -1.00
Factorizarea Doolitte:
Matricea U este:
-1.00 0.00 3.00 1.00
0.00 1.00 2.00 2.00
0.00 0.00 -6.00 -1.00
0.00 0.00 0.00 3.00
Matricea L este:
1.00 0.00 0.00 0.00
-1.00 1.00 0.00 0.00
1.00 2.00 1.00 0.00
-1.00 -1.00 -1.00 1.00
Vectorul intermediar Y:
-2.00 -3.00 1.00 -3.00
Solutia X:
1.00 -1.00 0.00 -1.00
```

## Rezumat



Rezolvarea sistemelor cu un număr mare de ecuații liniare reprezintă unul din domeniile în care calculatoarele numerice și-au dovedit din plin eficiența. Metodele de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare sunt de două tipuri:

**metode directe** (sau metode de eliminare sau metode exacte), permit determinarea soluției exacte a sistemului în cazul ideal, când nu avem erori de rotunjire. Numărul operațiilor aritmetice efectuate este de ordinul  $n^3$ . Pentru sisteme cu un număr de ecuații mai mare de 100, metodele directe devin inutilizabile datorită acumulării erorilor de rotunjire care alterează soluția.

**metode iterative** constau în construcția unui șir  $\{x^{(k)}\}$  de vectori  $n$ -dimensionali, care converge către soluția exactă a sistemului. Condiția de finalizare a procesului iterativ are loc la un indice careva  $k$  determinat pe parcursul calculelor în funcție de precizia impusă, astfel încât termenul  $x_k$  constituie o aproximație satisfăcătoare a soluției căutate. O iterație presupune efectuarea unui număr de operații aritmetice de ordinul  $n^2$ . Metodele iterative sunt utilizate la rezolvarea sistemelor cu un număr mare de ecuații.

În funcție de numărul necunoscutelor se disting mai multe metode:

1. dacă numărul necunoscutelor are ordinul mai mic decât  $10^3$ , atunci se folosesc metodele directe de rezolvare numerică a sistemelor liniare (de exemplu: metoda lui Gauss, metoda descompunerii  $LU$ , metoda descompunerii  $LL^T$ , metoda descompunerii  $QR$  etc.), fiindcă acumularea erorilor încă nu influențează rezultatul final.
2. dacă numărul necunoscutelor are ordinul mai mare decât  $10^3$  și mai mic decât  $10^6$ , atunci se folosesc metodele iterative de rezolvare numerică a sistemelor liniare (de exemplu metoda lui Jacobi, metoda lui Seidel ș.a.), fiindcă aceste metode sunt autocorectoare.
3. dacă numărul necunoscutelor are ordinul mai mare decât  $10^6$ , atunci se folosesc metodele probabilistice de rezolvare numerică a sistemelor liniare (de exemplu: metode de tip Monte Carlo).

Metodele directe urmăresc transformarea sistemului care trebuie rezolvat într-un sistem echivalent a cărui matrice este inferior triunghiulară sau superior triunghiulară.

În cazul sistemelor liniare de tip Cramer numărul de ecuații coincide cu numărul de necunoscute și determinantul matricei este nenul.

Metode directe de soluționare a sistemelor liniare sunt: metoda eliminării Gauss, factorizarea LU, factorizarea Cholesky (utilizată pentru sistemele în care matricea A este simetrică și pozitiv definită) și metoda Householder; iar metode iterative avem: Metoda Iacobi, Metoda Gauss-Seidel, metodele de relaxare.

## BIBLIOGRAFIE

1. L. Chiriac, N. Golovco. Metode numerice. Îndrumar de laborator. Chișinău 2004.
2. Balint Ș., Brăiecu L., Bonchiș N. Metode numerice. Timișoara 2007.
3. Mădălina Roxana Buneci. Metode numerice – aspecte teoretice și practice. Academia Brîncuși. Tîrgul – Jiu, 2009.
4. Mădălina Roxana Buneci. Metode numerice. Lucrări de laborator. Editura Academică Brîncuși, 2003.
5. Marin C., Florin Popa I., Hadăr A., Albu L. Modelarea cu elemente finite a structurilor mecanice. Editura Academiei Romîne și Editura AGIR, București 2002.
6. Mariș S., Brăiescu L. Metode Numerice. Probleme de seminar și lucrări de laborator. Timișoara 2007.
7. I. Cuculescu, Analiza numerica, Editura Tehnica, Bucuresti, 1967.
8. I. Ichim, G. Marinescu, Metode de aproximare numerica, Editura Academiei, Bucuresti, 1986.
9. V. Iorga, B. Jora si alții, Programare numerica, Editura Teora, 1996.
10. D. Larionescu, Metode numerice, Editura Tehnica, Bucuresti, 1989.
11. I. Pavaloiu, Rezolvarea ecuajiilor prin interpolare, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1981.
12. M. Postolache, Metode numerice, Editura Sirius, Bucuresti, 1994.
13. Gh. Coman, Analiza numerica, Editura Libris, Cluj-Napoca, 1995.
14. Berbente C., Mitran S., Zancu S. Metode numerice. Editura tehnică Piața Presei Libere, 1 București, România.
15. Hadăr A., Petre C., Marin C., Voicu A. Metode numerice în inginerie. Politehnica Press. București.
16. Mateescu G.D., Mateescu I.C., Analiză numerică, Editura Petrion, 1995.

### Resurse Web:

1. <http://iota.ee.tuiasi.ro/~mgavril/ Metode/Luc5/MetLuc5.html>
2. [http://an.lmn.pub.ro/slides/AN\\_s6.pdf](http://an.lmn.pub.ro/slides/AN_s6.pdf)
3. <https://math.nist.gov/MatrixMarket/>
4. [https://elth.ucv.ro/fisiere/probleme%20studentesti/Cursuri/Metode%20numerice/laborator\\_met\\_num.pdf](https://elth.ucv.ro/fisiere/probleme%20studentesti/Cursuri/Metode%20numerice/laborator_met_num.pdf)
5. Calculator Metode numerice. Online: <https://mxncalc.com/ro/gr-factorization>  
<https://www.agir.ro/carte/metode-numerice-in-tehnica-123372.html>

## ANEXE

### Anexa 1. Proceduri MAPLE în soluționarea sistemelor de ecuații liniare. Pachetul LINALG

#### Operații asupra matricelor și determinanților

Vom introduce mai întâi câteva instrucțiuni Maple de prelucrare a matricelor și determinanților.

Maple cuprinde două pachete specifice operațiilor din algebra liniară `linalg` și `LinearAlgebra`. Obiectele de bază cu care operează aceste pachete sunt matricele și vectorii. Inițializarea pachetelor respective se face prin intermediul instrucțiunii `with( nume_pachet )` cu `:` sau `;`. Matricele sau vectorii se definesc cu `array()` din biblioteca standard, sau `matrix()` și respectiv `vector()`. Formatul acestor comenzi este:

```
array (interval, listă, optiuni);  
vector (n, [el_1, el_2, ..., el_n]);  
matrix(n,m, [el_1, el_2, ..., el_n]);
```

Parametrii comenzii nu sunt obligatorii. Parametrul `interval` conține numere întregi, despărțite prin virgulă, `listă` – conține valorile elementelor intervalului inclus, `optiuni` – poate primi una din valorile `symetric`, `antysimetric`, `identity`, `diagonal`. În baza unui exemplu vom descrie cele mai des utilizate funcții de bază asupra matricelor.



**Exemplul 1.** Se consideră matricele pătratice  $A$ ,  $B$  și  $E$  – matricea unitate de dimensiunea. Se cere să se efectueze:  $A+B$ ;  $A-B$ ;  $3A$ ;  $AB$ ;  $AE$ ;  $A^T$  utilizând funcțiile standard din Maple ale pachetului `linalg` sau `LinearAlgebra`.

Fie date matricele  $A1$ ,  $A2$  și matricea  $E$ .

```
A1:=matrix(3,3,[1,2,5,4,5,6,-7,8,9]);
```

$$\begin{bmatrix} \frac{-3}{176} & \frac{1}{8} & \frac{-13}{176} \\ \frac{-39}{88} & \frac{1}{4} & \frac{7}{88} \\ \frac{67}{176} & \frac{-1}{8} & \frac{-3}{176} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} -2 & 0 & 4 \\ 10 & 0 & 2 \\ -16 & 0 & 16 \end{bmatrix}$$

Alte operații asupra elementelor unei matrice sunt redate mai jos.

`coldim(A)` : - returnează numărul de coloane a matricei  $A$ ;

`rowdim(A)` : - returnează numărul de linii a matricei  $A$ ;

`vectordim(A)` : - returnează numărul dimensiunea vectorului  $A$ ;

`col(A, i)` : - returnează coloana  $i$  a matricei  $A$ ;

`row(A, i)` : returnează linia  $i$  a matricei  $A$ ;

`minor(A, i, j)` : - returnează minorul matricei  $A$  pentru elementele cu indicii  $i$  și  $j$ ;

`delcols(A, i..j)` : - omite coloanele matricei  $A$  de la  $i$  până la  $j$ ;

`delrows(A, i..j)` : - omite liniile matricei  $A$  de la  $i$  până la  $j$ ;

`rank(A1)` : - afișează rangul matricei;

`det(A1)` : - calculează determinantul unei matrice;

`swaprow(A, m, n)` : - schimbă cu locul rândurile  $m$  și  $n$

`swapcol(A, m, n)` : - schimbă cu locul coloanele  $m$  și  $n$

`dotprod(U, V)` : - afișează produsul scalar al vectorilor  $U$  și  $V$ ;

`crossprod(U, V)` : afișează produsul vectorial al vectorilor  $U$  și  $V$ ;

`copyinto(A, B, i, j)` : - copie elementele matricei  $A$  în Matricea  $B$  de la  $i$  la  $j$ ;

`submatrix(A, i1..i2, j1..j2)` – crează o submatrice din matricea  $A$ , ce conține liniile de la  $i1$  la  $i2$  și coloanele de la  $j1$  la  $j2$ .